

PROYECTO INTEGRADOR DE INGENIERÍA NUCLEAR

**SIMULACIÓN DIRECTA DE TURBULENCIA PARA  
FORZADO ASIMÉTRICO**

**Michel Gartner**

**Dr. Mariano I. Cantero**  
Director

**Miembros del Jurado**  
Dr. Nicolás Silin  
Dr. Pablo García Martínez

Junio de 2018

Departamento de Mecánica computacional - Centro Atmómico  
Bariloche

Instituto Balseiro  
Universidad Nacional de Cuyo  
Comisión Nacional de Energía Atómica  
Argentina



# Índice de contenidos

Índice de contenidos	ii
Índice de figuras	iv
Índice de tablas	vi
Resumen	vii
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Revisión bibliográfica . . . . .	5
1.2. Objetivos y estructura del trabajo . . . . .	6
<b>2. Modelo matemático</b>	<b>7</b>
2.1. Ecuación de Navier Stokes . . . . .	7
2.2. Adimensionalización . . . . .	8
2.3. Ecuación promediada . . . . .	9
2.4. Ecuación de conservación de la energía cinética turbulenta . . . . .	10
2.5. Cascada de energía y escalas de la turbulencia . . . . .	12
2.6. Representación en Fourier . . . . .	13
<b>3. Metodología</b>	<b>15</b>
3.1. Modelo . . . . .	15
3.2. Modelo de turbulencia empleado . . . . .	17
3.3. Código . . . . .	18
3.4. Paradigma de memoria compartida . . . . .	22
3.5. Procesamiento . . . . .	23
3.6. Post-procesamiento . . . . .	23
3.7. Parámetros de la simulación . . . . .	24
3.8. Validación . . . . .	26
<b>4. Resultados</b>	<b>30</b>
4.1. Fuerza impulsora . . . . .	30

---

4.2. Espectros de energía . . . . .	31
4.3. Propiedades medias . . . . .	32
4.3.1. Reescaleo por velocidad de corte local . . . . .	34
4.3.2. Ley de pared . . . . .	35
4.4. Esfuerzos de corte . . . . .	37
4.5. Intensidades turbulentas . . . . .	40
4.6. Balance de la energía cinética turbulenta . . . . .	44
4.7. Eventos turbulentos . . . . .	51
4.8. Estructuras turbulentas . . . . .	55
4.9. Discusión de resultados y comparación con otros trabajos . . . . .	56
<b>5. Conclusiones</b>	<b>62</b>
<b>A.</b>	<b>65</b>
A.1. Propiedades del valor medio . . . . .	65
A.2. Cálculos post-procesamiento . . . . .	66
<b>Bibliografía</b>	<b>69</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>71</b>

# Índice de figuras

1.3. Perfil de densidad en una corriente de gravedad . . . . .	3
2.1. Esquema de la distribución de vórtices típica de un flujo turbulento. Cortesía Jorge Salinas, Mecom, CAB. . . . .	12
2.2. Espectro de energías en función del número de onda característico de un flujo turbulento. . . . .	14
3.1. Esquema de un canal horizontal . . . . .	16
3.3. Esquema de la celda utilizada en el código . . . . .	25
3.4. Evolución temporal del parámetro de convergencia $\xi$ para un forzado homogéneo. . . . .	27
3.5. Velocidades medias en escala logarítmica y unidades de pared. Se mues- tra los cálculos DNS de este trabajo, los puntos obtenidos por Kim et al. [15] y el ajuste de la ley de pared y logarítmico presentados por Pope [7] .	28
4.1. Perfiles de fuerza impulsora no homogénea . . . . .	31
4.2. Espectros de energías unidimensional para un plano ubicado en el centro del canal para el forzado lineal del caso 4 y el forzado exponencial del caso 10 . . . . .	32
4.3. Perfil de velocidad media en escala lineal . . . . .	33
4.4. Perfil de velocidad media en escala logartítmico respecto a la pared superior	36
4.5. Perfil de velocidad media en escala logartítmico respecto a la pared inferior	37
4.6. Esfuerzos de corte para los forzados lineales . . . . .	38
4.7. Esfuerzos de corte para los forzados exponenciales . . . . .	39
4.8. Esfuerzos de corte cercanos a la pared inferior para el forzado uniforme y el caso 10. . . . .	40
4.9. Velocidades cuadráticas medias para los forzados lineales . . . . .	41
4.10. Velocidades cuadráticas medias para los forzados lineales . . . . .	42
4.11. Cociente $w_{rms}/u_{rms}$ . . . . .	43
4.12. Energía cinética turbulenta normalizada. . . . .	44
4.13. Producción . . . . .	46

4.14. Disipación. . . . .	47
4.15. Componentes del balance de TKE para el forzado uniforme y el caso 10. . . . .	50
4.16. Contribución relativa de cada cuadrante sobre el esfuerzo de Reynolds medio sobre puntos de la dirección vertical para el forzado uniforme y en el caso 10 . . . . .	52
4.17. Función densidad de probabilidad de eventos turbulentos para forzado uniforme y el caso 10 pesada con la contribución relativa de cada evento. . . . .	53
4.18. Diagrama de dispersión de eventos turbulentos $u'-w'$ para una altura de $z^+ \approx 12$ . . . . .	54
4.19. Diagrama de dispersión de eventos turbulentos $u'-w'$ para una altura tal que $\overline{u'w'} = 0$ . . . . .	54
4.20. Componente en dirección de la corriente del campo de velocidades instantáneo para un plano ubicado a una altura $z^+ \approx 12$ . . . . .	55
4.21. Perfiles de concentración de sedimentos para [4] y [5] . . . . .	56
4.22. Perfil de velocidad media para [4] y [5] . . . . .	57
4.23. Esfuerzos de Reynolds para [4] y [5]. . . . .	60
4.24. Velocidades cuadráticas medias para los casos de alta estratificación de [4] y [5]. . . . .	61

# Índice de tablas

4.1. Casos simulados para este trabajo. Casos 1 a 4 corresponden a forzados lineales. Casos 5 a 10 corresponden a forzados exponenciales. En la tabla $u_b$ es la velocidad media, $Re_b = u_b h / \nu$ es el número de Reynolds de la velocidad media, $C_f$ es el coeficiente de fricción, $u_{\tau,b,t}$ son las velocidades de corte respecto a la pared inferior y superior, $u_{max}$ es el valor máximo del perfil de velocidades medias, $z_{vmax}$ es la ubicación del valor máximo del perfil de velocidades medias. Todos estos valores están adimensionalizados utilizando $u_{\tau,avg}$ .	34
4.2. Casos simulados para este trabajo. Casos 1 a 4 corresponden a forzados lineales. Casos 5 a 10 corresponden a forzados exponenciales. En la tabla $\bar{\epsilon}$ es el valor medio de la disipación, $\bar{\mathcal{P}}$ es el valor medio de la producción y $\bar{\mathcal{K}}$ es el valor medio de la energía cinética turbulenta.	48
4.3. Casos simulados en los trabajos [4] y [5]. Se muestran los 4 casos en los cuales el perfil de densidad es el mismo para ambos trabajos. En la tabla se muestra el valor del coeficiente de fricción $C_f$ y la pendiente de la región logarítmica $A$ (ver ecuación 4.7). No se muestra el valor de $A$ para SS1, SS2 y SS5 dado que no fueron reportados en [5].	58
4.4. Casos simulados en los trabajos [4] y [5]. Se muestran todos los valores reportados en dichos trabajos del coeficiente de fricción $C_f$ y de la velocidad de corte en la pared inferior $u_{\tau,b}$ .	59

# Abstract

This undergraduate thesis studies the characteristics of turbulent flows when forced asymmetrically. This type of phenomenology is of great relevance in problems of engineering, especially when there are stratification effects. Stratified flows are those in which the density varies in the vertical direction. Two effects produced by stratification on turbulent flows can be identified. One of them is the microscopic stratification effect associated with turbulent mixing, while the other is the effect of macroscopic stratification, associated with the modification of the driving force of the flow. In this work the effect of macroscopic stratification is analyzed in isolation, completely inhibiting the effect of microscopic stratification. For this, the driving force produced by the density profile is replaced by a non-uniform external volumetric force. The solutions of the problems of interest are calculated using DNS simulations, which explicitly solve the Navier-Stokes equation by encompassing all significant flow scales.

As case studies, four linear driving force profiles and six exponential driving force profiles were used. We analyze mean velocities, shear stresses, turbulent intensities, turbulent kinetic energy balance and turbulent events. Finally, the results obtained in the present work were compared with two prior works. One which studies effects of microscopic stratification in isolation and another one which studies the couple of microscopic and macroscopic stratification effects.



# Resumen

Este trabajo estudia las características de flujos turbulentos cuando son forzados asimétricamente. Este tipo de fenomenología es de gran relevancia en problemas de ingeniería, sobre todo cuando existen efectos de estratificación.

Los flujos estratificados son aquellos en los que la densidad varía en la dirección vertical. Se pueden identificar dos efectos producidos por la estratificación sobre flujos turbulentos. Uno de ellos es el efecto de estratificación microscópico asociado al mezclado turbulento, mientras que el otro es el efecto de estratificación macroscópico, asociado a la modificación de la fuerza impulsora del flujo.

En este trabajo se analiza aisladamente el efecto de estratificación macroscópica, inhibiendo por completo el efecto de estratificación microscópica. Para ello se reemplaza la fuerza impulsora producida por el perfil de densidades por una fuerza volumétrica externa no uniforme. La solución de los problemas de interés se lleva a cabo mediante simulaciones DNS, que resuelven explícitamente la ecuación de Navier-Stokes abarcando todas las escalas del flujo significativas.

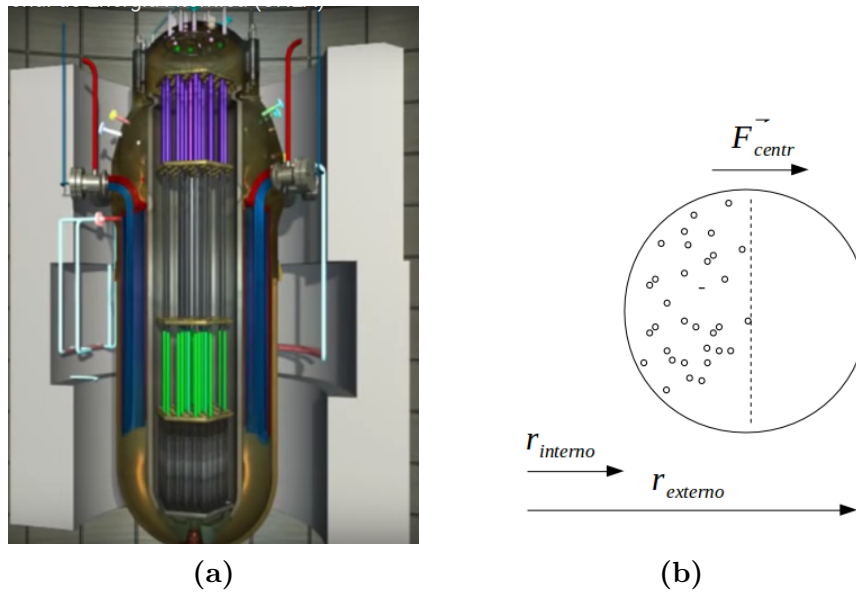
Como casos de estudio se utilizaron cuatro forzados lineales y seis forzados exponenciales. Se analizaron las velocidades medias, los esfuerzos de corte, las intensidades turbulentas, el balance de energía cinética turbulenta y los eventos turbulentos. Finalmente, se compararon los resultados obtenidos en el presente trabajo con un trabajo previo que estudia de forma aislada los efectos de estratificación microscópicos y con otro que estudia la combinación de los efectos de estratificación microscópicos y macroscópicos.

# Capítulo 1

## Introducción

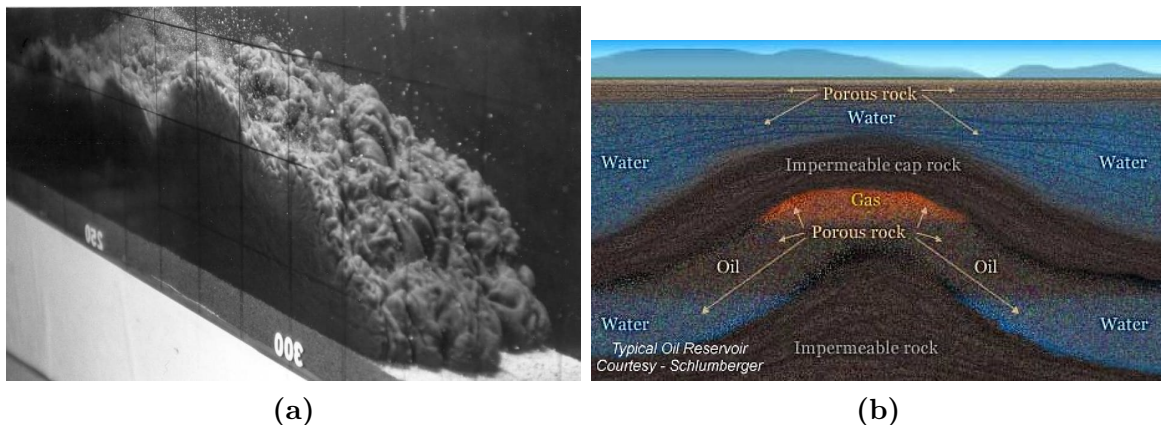
Los flujos estratificados son aquellos en los que la densidad varía en la dirección vertical. Esta diferencia de densidad se puede producir de diferentes maneras. Puede ser una estratificación de la densidad debido a la temperatura, debido a la presencia de sedimentos en suspensión o debido a la presencia de más de una fase de un mismo líquido.

Para citar algún ejemplo donde esto ocurre podemos mencionar al reactor CAREM, que se ilustra en la figura [1.1a](#). A diferencia de un reactor PWR común, en los generadores de vapor (GV) del CAREM tenemos al secundario del lado tubo y tienen forma helicoidal. El hecho de que el secundario esté en el lado tubo hace que se produzca un flujo de dos fases que, al recorrer un camino helicoidal, estratifica debido a la fuerza centrífuga, como se muestra en la figura [1.1b](#). La pérdida de carga en los GV en este reactor es un parámetro con una influencia significativa en el diseño, por lo que comprender de mejor manera este tipo de flujos es de potencial interés.



**Figura 1.1:** Esquema del reactor CAREM. (a) Corte longitudinal del recipiente de presión. (b) Sección transversal de un tubo del generador de vapor, se ilustra como se distribuye la fase vapor debido a la fuerza centrífuga.

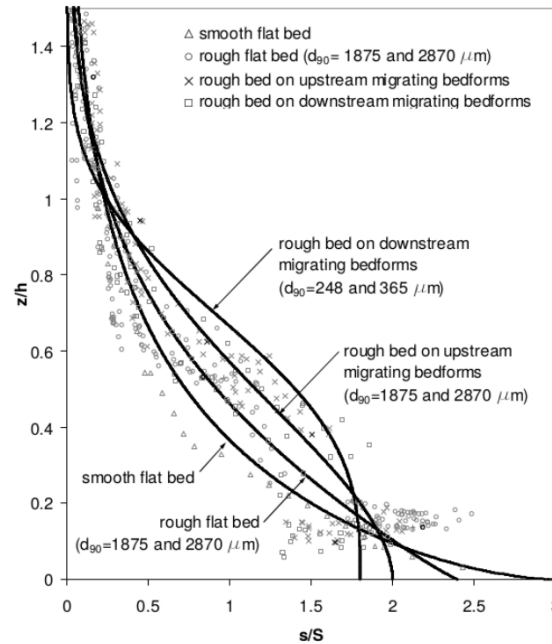
Otro ejemplo característico de flujos estratificados son las corrientes de turbidez, en las que los cambios de densidad en el flujo se deben a sólidos en suspensión por acción de la turbulencia. Estos flujos son de importancia en la industria energética, en particular en el petróleo, ya que son responsables de la generación de depósitos sedimentarios en el océano que en escalas de tiempo geológicas se convierten en reservorios de petróleo off-shore. En la figura 1.2a se muestra una foto de una corriente de turbidez generada en un laboratorio mientras que en la figura 1.2b se muestra un esquema de un reservorio de petróleo.



**Figura 1.2:** Corriente de turbidez generada en un laboratorio [1]. Esquema de un reservorio de petróleo [2].

Estos efectos de estratificación también se encuentran en flujos que pueden influir en la industria desde el lado de regulación ambiental, como un derrame de contaminantes

radiológicos, o flujos ambientales, como lo son las tormentas de arena o avalanchas de nieve.

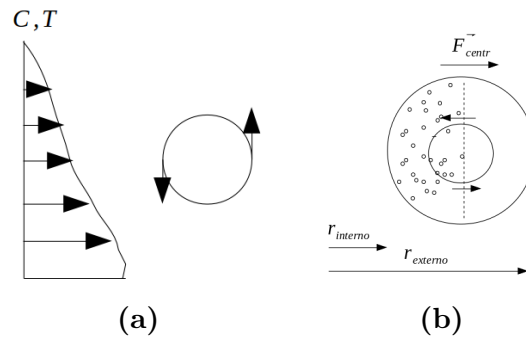


**Figura 1.3:** Perfil de densidades en una corriente de gravedad medida en el laboratorio [3].

La figura 1.3 muestra el perfil de concentración de sedimentos suspendidos en una corriente de turbidez.

Este tipo de problemas estratificados son muy complejos, comprenden mezclado turbulento de momento y mezclado turbulento de masa. Se pueden identificar dos efectos que son producidos por la estratificación. Por un lado se observa una modulación de turbulencia a la que llamaremos *efecto de estratificación microscópica*, ya que se debe a estos efectos de mezclado entre diferentes escalas de la turbulencia, mientras que por otro lado la estratificación produce una modificación sobre la forma de la fuerza impulsora que llamaremos *efecto de estratificación macroscópica*.

Para explicar el efecto de estratificación microscópica se puede observar la figura 1.4. Supongamos que tenemos un perfil no uniforme de alguna propiedad del fluido. En caso que estemos presentes en un flujo turbulento, la presencia de vórtices produce que parcelas de fluido con cierto valor de la propiedad  $c$  sean desplazadas hacia zonas donde la propiedad tiene cierto valor distinto  $c'$  y viceversa. Este proceso se denomina mezclado turbulento y tiende a homogeneizar las propiedades del flujo. En la figura 1.4a se busca mostrar este efecto para un perfil arbitrario de alguna propiedad mientras que en la figura 1.4b se busca mostrar como se produce este efecto para un caso de estratificación en un canal anular afectado por una fuerza centrífuga.



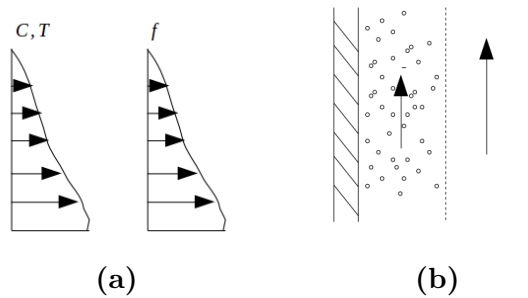
**Figura 1.4:** Esquema del efecto microscópico de mezclado turbulento debido a la presencia de un vórtice. (a) Perfil arbitrario de alguna propiedad. (b) Canal anular.

El efecto de estratificación macroscópico es el generado como consecuencia de que el flujo es impulsado por una fuerza proporcional al perfil de densidades. Para el caso de sedimentos en suspensión, se produce una fuerza que se debe a la aceleración de la gravedad y está mediada por la concentración de sedimentos suspendidos:

$$\vec{F}(z) = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} C(z) \vec{g}. \quad (1.1)$$

Aquí  $\rho_s$  es la densidad de sedimentos suspendidos,  $\rho_w$  la del fluido,  $C(z)$  es la concentración de sedimentos suspendidos y  $\vec{g}$  es la aceleración de la gravedad. La fuerza impulsora a la que hacemos referencia es la componente en la dirección del flujo de la fuerza de la ecuación 1.1,  $F_x(z) = \vec{F}(z) \cdot \vec{x}$ .

En la figura 1.5a se ilustra este efecto para un perfil de densidad arbitrario mientras que en la figura 1.5b se ilustra este efecto para el caso de un subcanal de un elemento combustible nuclear en presencia de generación de burbujas.



**Figura 1.5:** Esquema del efecto macroscópico asociado a la modulación de la fuerza impulsora. (a) Perfil arbitrario de alguna propiedad. (b) Subcanal de un elemento combustible nuclear en presencia de generación de burbujas. En el extremo izquierdo se esquematiza la parte del EECC en contacto con canal donde circula el flujo. La línea punteada en el extremo derecho indica la mitad del canal.

## 1.1. Revisión bibliográfica

El presente trabajo está motivado en los resultados presentados en Cantero et al. [4]. En ese trabajo se estudian efectos de estratificación microscópicos de modulación de la turbulencia en combinación con los efectos de estratificación macroscópicos de modulación de la fuerza impulsora. Por el diseño de los estudios no se pudieron discriminar los efectos de estratificación microscópicos de los macroscópicos. Las ecuaciones promediadas adimensionales para la conservación de momento y de transporte de un escalar son

$$\nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{(u'w')} + \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} C(z)g = 0, \quad (1.2)$$

$$\mathcal{D}\nu \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2} + V \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{(c'w')} = 0. \quad (1.3)$$

En un trabajo posterior, Cantero et al. [5], se aísla el efecto de estratificación microscópico, reemplazando el término de la ecuación 1.2 que representa el forzado producido por la estratificación por una fuerza impulsora externa uniforme. Las ecuaciones promediadas adimensionales para la conservación de momento y de transporte de un escalar son

$$\nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{(u'w')} + 1 = 0, \quad (1.4)$$

$$\mathcal{D}\nu \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2} + V \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{(c'w')} = 0, \quad (1.5)$$

El caso que completa este estudio es el que aísla los efectos macroscópicos de la estratificación sin tener en cuenta los efectos microscópicos. Para suprimir los efectos microscópicos se puede trabajar con un fluido sin sedimentos en suspensión, por lo que solo tendríamos la ecuación de transporte del campo de velocidades. En esta ecuación se debe reemplazar el término asociado a la fuerza impulsora por una fuerza volumétrica externa no uniforme. La ecuación que gobierna este problema es

$$\nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{(u'w')} + f = 0, \quad (1.6)$$

donde  $f$  es una función que depende solo de la coordenada vertical. En este caso el flujo es forzado por una fuerza volumétrica no uniforme en la dirección vertical. Este tipo de forzado se aplica para modelar el efecto que produce la estratificación sobre la fuerza impulsora del flujo.

## 1.2. Objetivos y estructura del trabajo

El objetivo principal de este trabajo es analizar aisladamente el efecto de estratificación macroscópica inhibiendo por completo el efecto de estratificación microscópica. Para ello se reemplaza la fuerza impulsora producida por partículas en suspensión por una fuerza volumétrica externa no uniforme. Las simulaciones se realizan a partir de simulaciones directas de turbulencia (DNS), que es un método que busca resolver explícitamente la ecuación de Navier-Stokes abarcando todas las escalas del flujo significativas.

Los cálculos DNS se realizaron mediante un código de cálculo pseudo-espectral que utiliza expansiones de Fourier en las direcciones horizontales y expansiones de Chebyshev en la dirección vertical.

Este trabajo está dividido en 5 capítulos. En el capítulo 2 se describen las ecuaciones que gobiernan a los flujos turbulentos, junto con su adimensionalización y, las ecuaciones derivadas que permiten obtener información útil de este tipo de flujos. En el capítulo 3 se describe con mayor detalle el modelado del problema de interés, se discute sobre el modelo de turbulencia empleado y se describe con mayor profundidad el código a utilizar. Luego se mencionan las características del procesamiento y post-procesamiento de las simulaciones. Se discute sobre los parámetros característicos de las simulaciones y se valida el código. En el capítulo 4 se presentan los distintos forzados externos de estudio y se analizan los resultados para las distintas variables turbulentas de interés. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo realizado.

# Capítulo 2

## Modelo matemático

En este capítulo se describen las ecuaciones que gobiernan a los flujos turbulentos incompresibles. En particular, se presenta la ecuación de Navier-Stokes, la ecuación de Navier-Stokes promediada y la ecuación de balance de energía cinética turbulenta. Por otro lado, se muestra esquemáticamente como se puede interpretar la turbulencia en base a su estructuras y la interacción entre ellas y se presenta una representación alternativa que permite visualizar el espectro de energías de un flujo turbulento.

### 2.1. Ecuación de Navier Stokes

Sea  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  el campo de velocidades. La ecuación de conservación de masa para flujo incompresible es

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (2.1)$$

Por otro lado, para un fluido newtoniano en régimen de flujo incompresible, la ecuación de conservación de momento es

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (2.2)$$

donde  $p$  es la presión,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $\mu$  la viscosidad, y  $\mathbf{f}$  es una fuerza volumétrica externa. Esta ecuación es conocida como la *ecuación de Navier-Stokes* [6]. Estas ecuaciones se pueden reescribir utilizando notación indicial para facilitar su posterior manipulación. De esta manera tenemos que

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.3)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i, \quad (2.4)$$



donde  $u_i$  es la  $i$ -ésima componente del campo  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ ,  $x_i$  es la  $i$ -ésima componente de  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  y  $f_i$  es la  $i$ -ésima componente de  $\mathbf{f} = (f_x, f_y, f_z)$ . Además se utiliza la notación indexada de Einstein para representar la sumatoria de términos con índices repetidos.

## 2.2. Adimensionalización

Resulta conveniente trabajar con variables adimensionales. Si llamamos  $U$  a la velocidad característica del problema y  $L$  a la longitud característica del problema podemos definir variables adimensionales

$$\tilde{u}_i = \frac{u_i}{U},$$

$$\tilde{x}_i = \frac{x_i}{L},$$

$$\tilde{t} = \frac{tU}{L}.$$

Si reemplazamos estas variables en 2.4 obtenemos

$$\rho \frac{U^2}{L} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \rho \frac{U^2}{L} \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{1}{L} \frac{\partial p}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{\mu U}{L^2} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j} + f_i, \quad (2.5)$$

dividimos ambos términos por  $\frac{\rho U^2}{L}$ , obteniendo

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{1}{\rho U^2} \frac{\partial p}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{\nu}{UL} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j} + \frac{L}{\rho U^2} f_i, \quad (2.6)$$

observando la ecuación 2.6 se sugiere definir la presión adimensional y la fuerza externa adimensional como

$$\tilde{p} = \frac{p}{U^2 \rho}, \quad (2.7)$$

$$\tilde{f}_i = \frac{L f_i}{U^2 \rho}. \quad (2.8)$$

Por último, si definimos el número de Reynolds como

$$Re = \frac{UL}{\nu}, \quad (2.9)$$

obtenemos

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j} + \tilde{f}_i, \quad (2.10)$$

que es la *ecuación de Navier-Stokes adimensional* para flujo incompresible [6].

Por otro lado, la conservación de masa adimensional se obtiene trivialmente y es

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_i} = 0. \quad (2.11)$$

A partir de aquí nos vamos a referir a todas las variables adimensionales  $\tilde{a}$  como  $a$ , con el objetivo de simplificar la notación.

## 2.3. Ecuación promediada

En este trabajo nos vamos a enfocar en el estudio de flujos turbulentos [7] [8]. Los flujos turbulentos son altamente irregulares tanto en tiempo como en espacio. Una propiedad en un punto de un flujo turbulento muestra fluctuaciones aleatorias, por lo que es difícil extraer información de utilidad de las variables instantáneas del flujo. Para poder describir este tipo de flujos en detalle se utilizan métodos probabilísticos y estadísticos. Los parámetros estadísticos que se obtienen a partir del campo de velocidades instantáneos tienen un comportamiento espacial y temporal mucho más estable, por lo que resultan más útiles para describir el flujo.

Uno de los parámetros más importantes es el valor medio. La forma más general de calcular el valor medio del campo de velocidades  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  consiste en hacer suficientes realizaciones de un mismo flujo y calcular el promedio aritmético de estos campos para cada instante de tiempo. Este tipo de promediado se llama *promediado de ensamble* [7]

$$\overline{\mathbf{u}}^e(\mathbf{x}, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_1^N \mathbf{u}^n(\mathbf{x}, t), \quad (2.12)$$

donde  $\mathbf{u}^e$  es el valor medio,  $\mathbf{u}^n(x, t)$  es la  $n$ -ésima realización del flujo y  $N$  es el número de realizaciones.

Si tenemos un flujo que tiene al menos una dirección homogénea, podemos realizar un *promediado espacial* sobre estas direcciones [7]

$$\overline{\mathbf{u}}^s(\mathbf{x}, t) = \lim_{L_x \rightarrow \infty} \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) dx_1, \quad (2.13)$$

donde  $\overline{\mathbf{u}}^s$  es el valor medio,  $x_1$  es la componente espacial de la dirección homogénea.

Por último, para flujos estadísticamente estacionarios podemos hacer un *promediado temporal* de la forma [7]

$$\overline{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \mathbf{u}(\mathbf{x}, \tau) d\tau, \quad (2.14)$$

donde  $\overline{u}$  es el valor medio y  $T$  es el tiempo de promediado.

Sea  $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$  el valor medio de  $\mathbf{u}$  definido adecuadamente según el flujo que se quiere estudiar, podemos escribir cada componente del campo de velocidades como  $u_i = \bar{u}_i + u'_i$ , donde  $u'_i$  son las variaciones respecto de la media. Se puede ver que se verifica  $\overline{\bar{u}_i} = \bar{u}_i$  y  $\overline{u'_i} = 0$ .

Reemplazando en la ecuación 2.10 y utilizando las propiedades del anexo A.1 se obtienen las ecuaciones promediadas de Reynolds [9]

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} + f_i, \quad (2.15)$$

donde el término no lineal

$$\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}, \quad (2.16)$$

es el denominado tensor de *esfuerzos de Reynolds*. Este tensor es la principal diferencia entre las ecuaciones de Navier-Stokes instantáneas y promediadas y representa un nuevo conjunto de incógnitas. Por ello, obtenemos un sistema de ecuaciones que tiene más incógnitas que ecuaciones. A partir de la ecuación 2.10 se puede derivar una ecuación de conservación para el tensor de esfuerzos de Reynolds, sin embargo, esto produciría nuevas incógnitas y el sistema quedaría nuevamente indeterminado. Esto se conoce comunmente como el *problema de cierre de la turbulencia* [8].

## 2.4. Ecuación de conservación de la energía cinética turbulenta

La energía cinética turbulenta (TKE, por sus siglas en inglés) se define como [9]

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}. \quad (2.17)$$

Si tomamos la ecuación de Navier-Stokes adimensional, multiplicamos ambos miembros por  $u'_i$  y tomamos su valor medio, obtenemos

$$\overline{u'_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{u'_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = -\overline{u'_i \frac{\partial p}{\partial x_i}} + \overline{u'_i \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}} + \overline{u'_i f_i}. \quad (2.18)$$

En primer lugar vamos a desarrollar el término de la derivada temporal

$$\begin{aligned}
\overline{u'_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} &= \overline{u'_i \frac{\partial (\overline{u_i} + u'_i)}{\partial t}}, \\
&= \overline{u'_i \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t}} + \overline{u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial t}}, \\
&= \overline{u'_i \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t}} + \overline{u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial t}}, \\
&= \frac{1}{2} \overline{2 u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial t}}, \\
&= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{u'_i u'_i}, \\
&= \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial t}.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Luego vamos a desarrollar el término advectivo

$$\begin{aligned}
\overline{u'_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} &= \overline{u'_i (\overline{u_j} + u'_j) \frac{\partial (\overline{u_i} + u'_i)}{\partial x_j}}, \\
&= \overline{u'_i \overline{u_j} \frac{\partial (\overline{u_i} + u'_i)}{\partial x_j}} + \overline{u'_i u'_j \frac{\partial (\overline{u_i} + u'_i)}{\partial x_j}}, \\
&= \overline{u'_i \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}} + \overline{u'_i \overline{u_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} + \overline{u'_i u'_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}} + \overline{u'_i u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}, \\
&= \overline{u_j} \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_j} + \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial (\overline{u'_i u'_i u'_j})}{\partial x_j}.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Vemos que de la suma de 2.19 Y 2.20 se obtiene para el lado izquierdo de 2.18 el término  $\frac{\partial \mathcal{K}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_j}$ , por lo que con este procedimiento se puede derivar una ecuación de conservación para la energía cinetica turbulenta  $\mathcal{K}$ . Si desarrollamos los términos restantes obtenemos [9]

$$\frac{\partial \mathcal{K}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_j} = -(\mathcal{T}_T + \mathcal{T}_p + \mathcal{T}_v) + \mathcal{P} - \epsilon, \tag{2.21}$$

siendo

$$\mathcal{P} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}, \tag{2.22}$$

$$\epsilon = \frac{2}{Re} \overline{S'_{ij} S'_{ij}}, \tag{2.23}$$

$$\mathcal{T}_T = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_i u'_j}, \tag{2.24}$$

$$\mathcal{T}_p = \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j p}, \quad (2.25)$$

$$\mathcal{T}_v = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{2}{Re} \overline{u'_i S'_{ij}}, \quad (2.26)$$

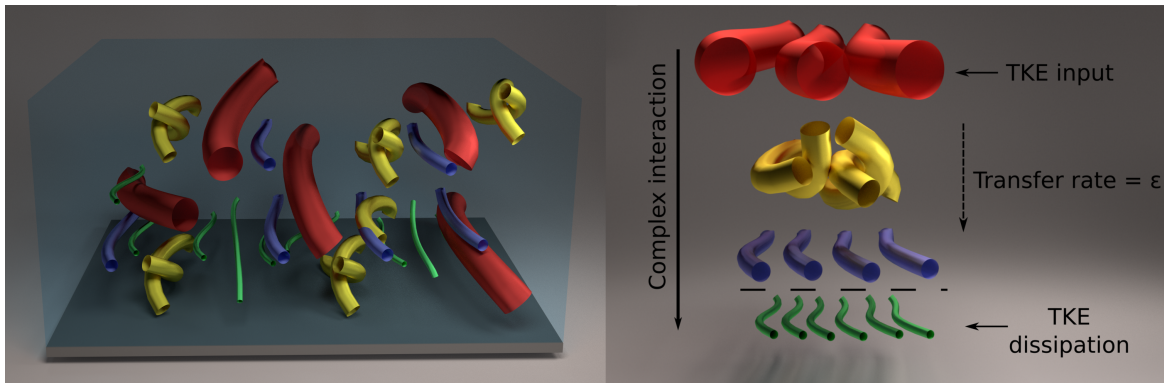
donde

$$S'_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.27)$$

Aquí  $\mathcal{P}$  se denomina término de producción, es generalmente positivo y se comporta como una fuente de energía cinética turbulenta que proviene del flujo medio;  $\epsilon$  es el término de disipación y se comporta como sumidero de energía cinética turbulenta al transformarla en energía interna. Los términos restantes son términos de transporte, siendo  $\mathcal{T}_T$  el transporte turbulento,  $\mathcal{T}_p$  el transporte de presión y  $\mathcal{T}_v$  el transporte viscoso.

## 2.5. Cascada de energía y escalas de la turbulencia

La turbulencia puede pensarse como una superposición de vórtices de distintos tamaños. El modelo de cascada de energía dice que los vórtices más grandes extraen energía del flujo medio, contribuyendo al término de producción mencionado anteriormente. Luego se van rompiendo y transfieren energía a vórtices cada vez más chicos. Cuando son suficientemente chicos se produce disipación viscosa de la energía cinética turbulenta a una tasa  $\epsilon$ . En la figura 2.1 se muestra esquemáticamente la distribución de vórtices típica de un flujo turbulento y el sentido en el cual se transfiere la energía.



**Figura 2.1:** Esquema de la distribución de vórtices típica de un flujo turbulento. Cortesía Jorge Salinas, Mecom, CAB.

## 2.6. Representación en Fourier

Para poder visualizar las cascadas de energía es conveniente representar el campo de velocidades como una serie de Fourier. La representación en Fourier solo es útil para campos espacialmente homogéneos. Cuando se tiene un flujo que es estadísticamente homogéneo en algunas direcciones pero no en otras, se puede utilizar expansiones mixtas que son solo del tipo Fourier en las direcciones homogéneas

$$u(x_j, y_k, z) = \sum_{j=-\frac{N_x}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1} \sum_{k=-\frac{N_y}{2}}^{\frac{N_y}{2}-1} \hat{u}_{j,k}(z) e^{(ik_x x_j)} e^{(ik_y y_k)}, \quad (2.28)$$

donde  $k_x = 2\pi j$  y  $k_y = 2\pi k$  son los números de onda.

Para poder determinar el espectro de energía debemos obtener la energía en función de los números de onda. Podemos interpretar a  $|\hat{u}_{j,k}(z)|^2$  como el espectro de energías. Luego definimos

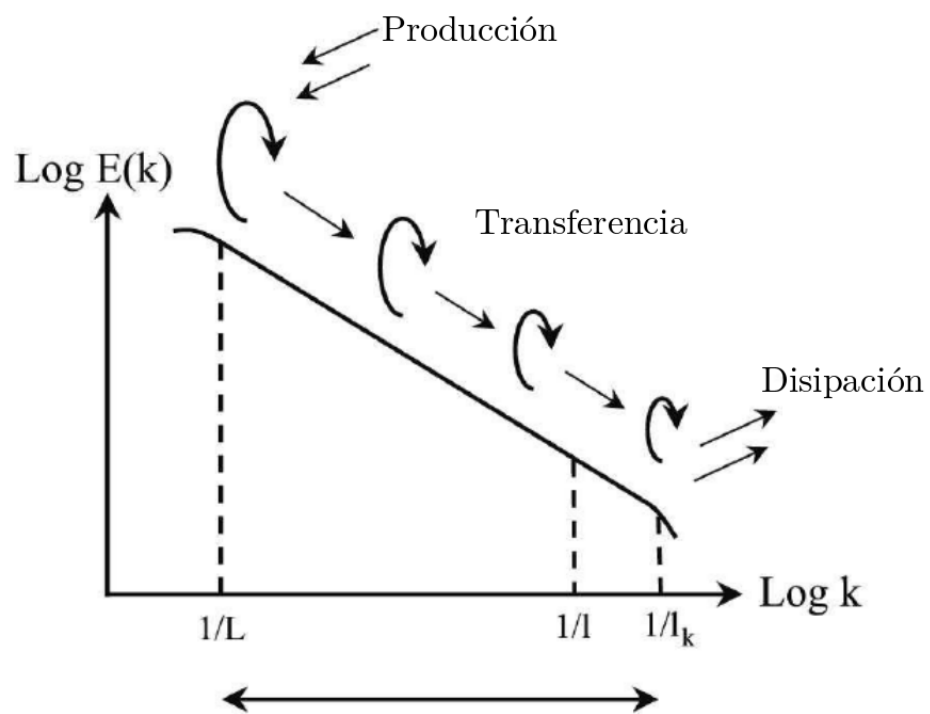
$$E_{ux}(k_x, z) = \sum_{k=-\frac{N_y}{2}}^{\frac{N_y}{2}-1} |\hat{u}_{j,k}(z)|^2, \quad (2.29)$$

como el espectro de la componente de la velocidad  $u$  asociada ala componente de onda  $k_x$  para una dada posición  $z$  y

$$E_{uy}(k_y, z) = \sum_{j=-\frac{N_x}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1} |\hat{u}_{j,k}(z)|^2, \quad (2.30)$$

como el espectro de la componente de la velocidad  $u$  asociada ala componente de onda  $k_y$  para una dada posición  $z$ . Análogamente se definen los espectros para las otras dos componentes de la velocidad  $v$  y  $w$ .

En la figura 2.2 se muestra el espectro típico de un flujo turbulento en escala logarítmica. En ella se muestra esquemáticamente el sentido en el cual se transfiere la energía.



**Figura 2.2:** Espectro de energías en función del número de onda característico de un flujo turbulento.

# Capítulo 3

## Metodología

En este capítulo se describe el modelado del problema de interés, detallando la geometría, las condiciones de contorno y las variables características del problema. Se describen las características del modelo de turbulencia empleado, las simulaciones DNS, discutiendo sus ventajas y limitaciones. Se describe el código utilizado para realizar los cálculos, su implementación para reducir el costo computacional y el manejo de las variables con el fin de optimizar la memoria de almacenamiento requerida. Por último se discute sobre los parámetros de las simulaciones y se realiza una validación del código.

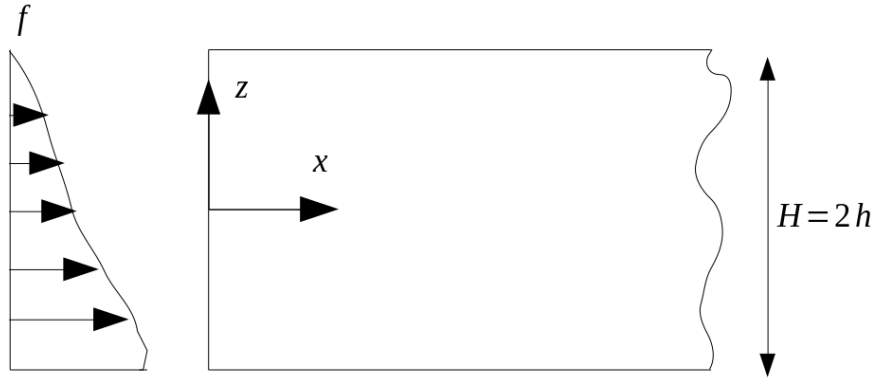
### 3.1. Modelo

En este trabajo se estudian como se modifican las propiedades turbulentas del flujo debido a los efectos de estratificación en la fuerza impulsora producidos por perfiles de densidad no uniformes (ver figura 1.3). Dado que se busca aislar estos efectos de los efectos microscópicos, en este modelo no se tiene en cuenta la ecuación de transporte de un escalar pasivo, por lo que los efectos macroscópicos se pueden modelar con una fuerza impulsora externa no uniforme.

La geometría que busca resolver es el de un canal horizontal de altura  $H = 2h$  e infinito en las otras dos direcciones. Las paredes superior e inferior se comportan como superficies lisas e imponen una condición de no deslizamiento. El canal se encuentra lleno de un fluido de densidad  $\rho$  y viscosidad cinemática  $\nu$ . El flujo es incompresible y está impulsado por una fuerza impulsora en dirección que tiene una distribución no uniforme en la dirección vertical. En la figura 3.1 se muestra un esquema del problema. En este trabajo,  $x$  es la dirección de la corriente,  $y$  la dirección transversal, perpendicular a la figura 3.1 y  $z$  es la dirección vertical.

El flujo de estudio está completamente desarrollado y es estadísticamente homogéneo en la dirección de la corriente y en la dirección transversal. Luego, el problema es es-





**Figura 3.1:** Geometría del problema que se busca resolver en este trabajo.

tadísticamente unidimensional y se busca analizar los resultados en la condición estadísticamente estacionaria.

La longitud característica es  $L = h$ , la mitad del alto del canal. Para determinar la velocidad característica podemos partir de la ecuación promediada dimensional para la componente en dirección de la corriente  $\bar{u}$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u' u'_j} + f. \quad (3.1)$$

En el modelo empleado, el término del lado izquierdo es cero debido a que el flujo es estadísticamente estacionario y homogéneo en la dirección de la corriente. Del lado derecho se anulan todos los términos asociados a variaciones en la dirección transversal y de la corriente, por lo que obtenemos

$$\mu \frac{d^2 u}{dz^2} - \rho \frac{d}{dz} (\overline{u' w'}) + f = 0. \quad (3.2)$$

Si integramos en la dirección vertical obtenemos

$$\mu \frac{du}{dz} \Big|_{z=2h} - \mu \frac{du}{dz} \Big|_{z=0} - \overline{u' w'} \Big|_{z=2h} + \overline{u' w'} \Big|_{z=0} + \int_0^{2h} f(z) dz = 0, \quad (3.3)$$

dado que  $\overline{u' w'} \Big|_{z=2h} = \overline{u' w'} \Big|_{z=0} = 0$ , la expresión anterior se puede reescribir como

$$\tau_t + \tau_b = F, \quad (3.4)$$

donde se definieron las tensiones de corte en la pared superior e inferior como  $\tau_b = \mu \frac{du}{dz} \Big|_{z=0}$  y  $\tau_t = -\mu \frac{du}{dz} \Big|_{z=2h}$  y la integral de la fuerza impulsora como  $F = \int_0^{2h} f(z) dz$ . Si dividimos ambos términos por  $\rho$  obtenemos

$$\frac{\tau_t}{\rho} + \frac{\tau_b}{\rho} = \frac{F}{\rho}. \quad (3.5)$$

Dado que queremos comparar fuerzas impulsoras externas que integren al mismo valor

$F$ , ésta es una constante del problema y de la ecuación 3.5 se puede definir la velocidad característica como

$$u_{\tau,avg}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\tau_t}{\rho} + \frac{\tau_b}{\rho} \right), \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{2} \left( u_{\tau,t}^2 + u_{\tau,b}^2 \right), \quad (3.7)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{F}{\rho}, \quad (3.8)$$

donde se definen las velocidades de corte locales  $u_{\tau,t}^2 = \tau_t/\rho$  y  $u_{\tau,b}^2 = \tau_b/\rho$ . Luego el resto de las variables adimensionales son:

$$\tilde{t} = \frac{t u_{\tau,avg}}{h}, \quad (3.9)$$

$$\tilde{f} = \frac{f h}{u_{\tau,avg}^2 \rho}, \quad (3.10)$$

$$Re_{\tau} = \frac{u_{\tau,avg} h}{\nu}. \quad (3.11)$$

Se puede ver de la ecuación 3.6 que para que la fuerza impulsora  $\tilde{f}$  esté bien definida, se debe verificar que

$$\int_0^2 \tilde{f}(\tilde{z}) d\tilde{z} = \tilde{F} = \frac{F}{u_{\tau,avg}^2 \rho} = 2. \quad (3.12)$$

Resumiendo, los únicos parámetros libres de nuestro problema son el número de Reynolds  $Re_{\tau}$  y la forma funcional de la fuerza externa impulsora  $\tilde{f}$ , que debe verificar la ecuación 3.12.

## 3.2. Modelo de turbulencia empleado

El estudio de la turbulencia presenta un gran desafío científico. La experiencia en su estudio durante el último siglo ha demostrado que es un problema notoriamente difícil, del cual no se pueden obtener soluciones analíticas simples. Tal es su dificultad que no se ha demostrado aún que la ecuación de Navier Stokes tenga solución analítica bien definida en tres dimensiones. La complejidad de la ecuación surge principalmente del término advectivo no lineal.

Es por ello que el estudio de la turbulencia se basa principalmente en datos obtenidos experimentalmente o resolviendo las ecuaciones con métodos numéricos. El método más directo consiste en resolver la ecuación de Navier-Stokes para el campo de velocidades

instantáneo 2.2. Esta ecuación debe resolverse numéricamente en tres dimensiones. Sin embargo, para que la solución sea representativa de la realidad, la discretización espacial y temporal debe ser suficientemente pequeña de manera de representar todas las escalas significativas del flujo. La principal limitación surge de que la relación entre las escalas más grandes y más chicas en las que se manifiesta la turbulencia va creciendo con el número de Reynolds. Esto restringe la utilización de este método a casos con geometrías simples y números de Reynolds relativamente bajos.

Resolver explícitamente la ecuación de Navier-Stokes abarcando todas las escalas significativas es el método conocido como *simulación directa de turbulencia* (DNS, por sus siglas en inglés). Estos cálculos nos permiten obtener las propiedades de la turbulencia sin utilizar ninguna aproximación o modelos de la turbulencia. La utilidad principal de los cálculos DNS es comprender mejor las dinámicas turbulentas, resultando útiles para modelar ciertas propiedades y, de ésta manera, resolver problemas más complejos.

Las simulaciones directas de turbulencia son herramientas de gran valor para el estudio de flujos turbulentos. Los resultados obtenidos a partir de DNS se usan comúnmente para ampliar la comprensión de la física de los flujos turbulentos y para verificar las hipótesis respecto a la turbulencia. Por otro lado, también sirven para calibrar y validar modelos de turbulencia usados para aplicaciones de ingeniería. Por esto, los resultados obtenidos con DNS se utilizan como si fueran datos experimentales.

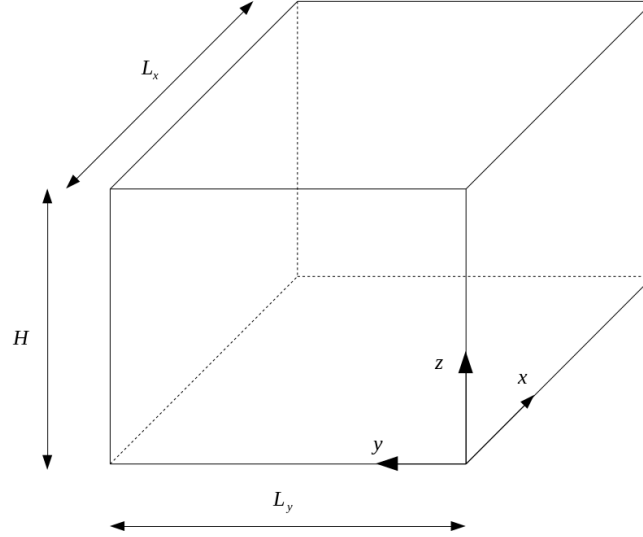
Dada la limitación del método DNS a problemas con geometría y número de Reynolds relativamente bajos, en la mayoría de los problemas ingenieriles se deben utilizar otros métodos de menor coste computacional. Por ejemplo, si utilizamos la ecuación promediada de Navier Stokes (ecuación 2.15), tenemos una ecuación donde el campo de velocidades tiene un comportamiento espacial y temporal mucho más estable que la velocidad sin promediar. Esto permite utilizar una discretización más gruesa, reducir tiempos de cálculo y así trabajar con geometrías más complejas. Sin embargo, utilizar este método es lo que nos introduce nuevas incógnitas. Para poder cerrar el sistema de ecuaciones se debe modelar alguna de las variables. La utilización de estos modelos son la base de la mayoría de los métodos de resolución de turbulencia. El modelo más simple es el RANS [9], en donde se modela el término no lineal de la ecuación promediada 2.15 en base a conocimientos previos del flujo que se quiere estudiar. El inconveniente principal de los modelos RANS es el gran empirismo que tienen los modelos de cierre. En este trabajo se utiliza el modelo DNS.

### 3.3. Código

La simulaciones numéricas de este trabajo se realizan mediante simulaciones DNS. El código utilizado es un código de de cálculo pseudo-espectral que se va a describir en

esta sección.

El dominio utilizado es el de un paralelepípedo de altura  $H$ , ancho  $L_y$  y largo  $L_x$ , como se muestra en la figura 3.2. Se tiene una condición de borde de no deslizamiento en las paredes horizontales, mientras que en las otras dos direcciones se tiene condición de periodicidad. La condición de periodicidad es impuesta artificialmente, pero es válida en las direcciones homogéneas siempre que el dominio sea suficientemente grande [7].



**Figura 3.2:** Dominio utilizado por el código.

A continuación se va a describir brevemente el método numérico empleado, más detalles se pueden obtener de [10–12]. Partiendo de la ecuación de Navier-Sokes adimensional escrita en notación vectorial y utilizando las variables características de nuestro modelo tenemos que

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} = \frac{1}{Re_\tau} \nabla \cdot \nabla \mathbf{u} - f - \nabla p. \quad (3.13)$$

Si llamamos  $A$  a la discretización temporal del término advectivo y  $D$  a la discretización temporal del término difusivo. El sistema de ecuaciones discretizado temporalmente se puede escribir como

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + A = \frac{1}{Re_\tau} D - f - \nabla p^{n+1}, \quad (3.14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0. \quad (3.15)$$

La ecuación 3.14 se puede descomponer en 2 ecuaciones distintas

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + A = \frac{1}{Re_\tau} D - f, \quad (3.16)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1}. \quad (3.17)$$

Luego, las ecuaciones 3.15 y 3.17 se puede combinar para obtener

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^*, \quad (3.18)$$

que es la ecuación de Poisson.

El método utilizado, denominado *Método del Paso Fraccionado*, consiste en resolver la ecuación 3.16 y obtener un campo de velocidades intermedio  $\mathbf{u}^*$ . Luego se calcula el término de presión para el paso  $n+1$  con la ecuación 3.18. Por último, se aplica la ecuación 3.17 que asegura la incompresibilidad y así obtenemos el campo de velocidades deseado  $\mathbf{u}^{n+1}$ .

El término advectivo se discretiza en forma explícita mediante un esquema de Runge-Kutta, mientras que el término difusivo se discretiza de manera implícita mediante un esquema de Crank-Nicholson siendo

$$A = \frac{23}{12}(\nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u})^n - \frac{16}{12}(\nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u})^{n-1} + \frac{5}{12}(\nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u})^{n-2}, \quad (3.19)$$

$$D = \frac{\nabla \cdot \nabla \mathbf{u}^* + \nabla \cdot \nabla \mathbf{u}^n}{2}. \quad (3.20)$$

Si reemplazamos estas discretizaciones en la ecuación 3.16 obtenemos.

$$\frac{\mathbf{u}^*}{\Delta t} - \frac{1}{2Re} \nabla \cdot \nabla \mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}^n}{\Delta t} - \frac{23}{12}(\nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u})^n + \frac{16}{12}(\nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u})^{n-1} - \frac{5}{12}(\nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u})^{n-2} + \frac{1}{2Re_\tau} \nabla \cdot \nabla \mathbf{u}^n. \quad (3.21)$$

El lado derecho derecho de la ecuación se puede calcular explícitamente con información conocida a tiempo  $t^n$ . Para simplificar el análisis se escribe este término como  $rhs^n$ . Luego, si definimos  $\sigma = 2Re/\Delta t$  y  $(\tilde{rhs})^n = 2Re_\tau(rhs)^n$  la ecuación se puede escribir en forma simplificada como

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \sigma \right) \mathbf{u}^*(x, y, z) = (\tilde{rhs})^n(x, y, z). \quad (3.22)$$

Las condiciones de contorno periódicas en la dirección  $x$  e  $y$  nos sugiere la utilización de expansiones de Fourier en estas direcciones. Los puntos del dominio en las direcciones  $x$  e  $y$  están equiespaciados. Por otro lado, en la dirección vertical  $z$  se expande el campo de velocidades con polinomios de Chebyshev utilizando puntos de cuadratura de Gauss-Lobatto, que permiten una mayor resolución cerca de las paredes. Luego, el campo de velocidades se puede escribir como

$$\mathbf{u}(x_j, y_k, z_l) = \sum_{j=-\frac{N_x}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1} \sum_{k=-\frac{N_y}{2}}^{\frac{N_y}{2}-1} \sum_{z=-\frac{N_z}{2}}^{\frac{N_z}{2}-1} \mathbf{u}_{j,k} e^{(ik_{x,j}x_j)} e^{(ik_{y,k}y_k)} T_{k_z}(z_l), \quad (3.23)$$

donde  $N_x$ ,  $N_y$  y  $N_z$  son la cantidad de puntos en cada dirección,  $T_{k_z}$  es el  $k_z$ -ésimo polinomio de Chevyshev,  $k_{x,j} = 2\pi i/L_x$  y  $k_{y,k} = 2\pi j/L_y$  son los números de onda del  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo término de la expansión de Fourier. Los puntos de la grilla están dados por

$$x_j = \frac{(j-1)L_x}{N_x-1}, \quad (3.24)$$

$$y_k = \frac{(k-1)L_y}{N_y-1}, \quad (3.25)$$

$$z_l = \frac{L_z}{2} \left[ -\cos\left(\frac{(l-1)\pi}{N_z-1}\right) + 1 \right] \quad 1 < l < N_z. \quad (3.26)$$

Si reemplazamos la expansión del campo de velocidades en la ecuación 3.22 y aplicamos la transformada de Fourier en las direcciones  $x$  e  $y$  obtenemos

$$\left( k_x(j)^2 + k_y(k)^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \sigma \right) \hat{\mathbf{u}}_{j,k}(z) = r\tilde{h}s^n(x, y, z), \quad (3.27)$$

donde  $\hat{\mathbf{u}}$  y  $r\tilde{h}s$  son las transformadas de Fourier de  $\mathbf{u}^*$  y  $r\tilde{h}s$ . Al utilizar la discretización de Gauss Lobatto, las derivadas en la dirección  $z$  se pueden expresar en términos de una multiplicación matricial.

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}^*}{\partial z} = \bar{\bar{D}}_1 \hat{\mathbf{u}}^*. \quad (3.28)$$

Luego, aplicando dos veces el operador matricial de derivada y reacomodando los términos de la ecuación 3.27 obtenemos un sistema de  $N_x \times N_y$  ecuaciones de la forma

$$\bar{\bar{A}}\mathbf{u}^* + \alpha \bar{\bar{I}}\mathbf{u}^* = b, \quad (3.29)$$

donde

$$\alpha = k_x(j)^2 + k_y(k)^2 - \sigma, \quad (3.30)$$

$$A = \bar{\bar{D}}_1 \bar{\bar{D}}_1, \quad (3.31)$$

$$b = r\tilde{h}s^n(x, y, z). \quad (3.32)$$

Resolver la ecuación 3.29 implicaría hacer  $N_x \times N_y$  inversiones, una para cada com-

binación  $(i, j)$ . Aprovechando el hecho de que la matriz de derivadas es diagonalizable podemos descomponerla como

$$A = T\Lambda T^{-1}, \quad (3.33)$$

donde  $\Lambda$  es una matriz diagonal de los autovalores. Si reemplazamos esta descomposición en la ecuación 3.29 y reacomodamos la expresión utilizando propiedades matriciales obtenemos

$$\mathbf{u}^* = T(\Lambda - \alpha I)^{-1}T^{-1}b. \quad (3.34)$$

Por lo que si obtenemos la descomposición 3.33, la inversión que hay que hacer para cada par  $(i, j)$  es la de una matriz diagonal.

La ecuación 3.34 solo es válida para el interior del dominio. Conociendo el valor en el interior se puede conocer el valor en el contorno de manera explícita. Se sugiere mirar el desarrollo de Salinas [12] en el cual se detalla este paso y se discute sobre la condición de contorno para el campo de velocidades intermedio y para la presión.

### 3.4. Paradigma de memoria compartida

Las simulaciones DNS demandan una alto costo computacional. Para reducir el tiempo de ejecución de estas simulaciones existen diversos métodos de paralelización de los cálculos. En este trabajo se utiliza el paradigma de *memoria compartida*. Este paradigma consiste en dividir el trabajo en diferentes hilos que se ejecutan en paralelo. Uno de estos hilos es el denominado *master thread* y es el encargado de crear el resto de los hilos cuando sea necesario y asignar las direcciones de memoria de las distintas variables. Bajo este paradigma, las variables se pueden clasificar en *variables compartidas* y *variables privadas*. Las variables compartidas son accesibles para todos los hilos y si un hilo modifica alguna de estas variables, el resto de los hilos tendrán a disposición la variable modificada, dado que todos leen la misma dirección de memoria. Por otro lado, las variables privadas son propias de cada hilo, dado que para cada uno de ellos las variables se encuentran en una dirección de memoria distinta.

La implementación de este modelo se realiza utilizando una interfaz de aplicación conocida como OpenMP. Más detalles sobre la implementación y desempeño del método se pueden encontrar en [11].

### 3.5. Procesamiento

El código me permite calcular  $u(x, y, z, t)$ ,  $v(x, y, z, t)$  y  $w(x, y, z, t)$  para cada paso temporal. Dado que almacenar toda la distribución volumétrica para cada componente de la velocidad requiere demasiada memoria, en cada paso temporal y para cada valor de  $z$  se calcula el promedio espacial en las direcciones homogéneas  $x$  e  $y$ , reduciendo la memoria necesaria en un factor  $1/L_x L_y$ . El promediado espacial se obtiene como

$$u(z, t) = \frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} u(x, y, z, t) dx dy. \quad (3.35)$$

Esto además me permite reducir la dispersión estadística de la variable al momento de obtener valores medios.

Una vez que se tienen el valor instantáneo promedio para cada plano de las tres componentes de velocidad, se calcula y actualiza el valor medio a partir de un promediado temporal de las tres componentes de velocidad. Cualitativamente esto sería

$$\bar{u}^{t_{n+1}} = \frac{u^{t_{n+1}} + n\bar{u}^{t_n}}{n+1}. \quad (3.36)$$

De esta manera, para cada variable se almacena una variable de  $N_z$  componentes que representa el valor medio luego de  $n$  iteraciones.

Para almacenar una descripción detallada del flujo minimizando la memoria requerida, se calculan las siguientes magnitudes y se actualiza su valor medio temporal. Las variables cuyo valor medio es almacenado y actualizado en cada iteración son:  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $u^2$ ,  $v^2$ ,  $w^2$ ,  $w^3$ ,  $uw$ ,  $u^2w$ ,  $v^2w$ ,  $\partial u/\partial x$ ,  $(\partial u/\partial x)^2$ ,  $\partial v/\partial x$ ,  $(\partial v/\partial x)^2$ ,  $\partial w/\partial x$ ,  $(\partial w/\partial x)^2$ ,  $\partial u/\partial y$ ,  $(\partial u/\partial y)^2$ ,  $\partial v/\partial y$ ,  $(\partial v/\partial y)^2$ ,  $\partial w/\partial y$ ,  $(\partial w/\partial y)^2$ ,  $\partial u/\partial z$ ,  $(\partial u/\partial z)^2$ ,  $\partial v/\partial z$ ,  $(\partial v/\partial z)^2$ ,  $\partial w/\partial z$ ,  $(\partial w/\partial z)^2$ .

Una vez que se calculó el nuevo valor medio de cada una de las variables anteriores se procede a calcular un nuevo campo de velocidades instantáneos y se repite el procedimiento.

### 3.6. Post-procesamiento

En la sección anterior vimos que para reducir la memoria requerida, el código no almacena los perfiles de velocidades instantáneos en cada paso temporal, sino que almacena cierto conjunto de valores medios que contienen suficiente información del flujo. En el post-procesamiento se busca calcular los parámetros estadísticos de interés para el análisis, generalmente asociados a valores medios de perturbaciones, a partir de los valores medios calculados durante el procesamiento.

A modo de ejemplo se presenta como obtener la energía cinética turbulenta  $\mathcal{K}$  a partir de valores medios obtenidos durante el procesamiento. Ésta se calcula como



$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}), \quad (3.37)$$

donde

$$\begin{aligned} \overline{u'^2} &= \overline{(u - \bar{u})^2}, \\ &= \overline{u^2 - 2u\bar{u} + \bar{u}^2}, \\ &= \overline{u^2} - 2\bar{u}\bar{u} + \bar{u}^2, \\ &= \overline{u^2} - \bar{u}^2, \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \overline{v'^2} &= \overline{(v - \bar{v})^2}, \\ &= \overline{v^2 - 2v\bar{v} + \bar{v}^2}, \\ &= \overline{v^2} - 2\bar{v}\bar{v} + \bar{v}^2, \\ &= \overline{v^2} - \bar{v}^2, \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \overline{w'^2} &= \overline{(w - \bar{w})^2}, \\ &= \overline{w^2 - 2w\bar{w} + \bar{w}^2}, \\ &= \overline{w^2} - 2\bar{w}\bar{w} + \bar{w}^2, \\ &= \overline{w^2} - \bar{w}^2. \end{aligned} \quad (3.40)$$

En el apéndice A.2 se muestra la forma de calcular el resto de las variables de interés a partir de valores medios obtenidos durante el procesamiento. Estas variables son:  $\mathcal{P}$ ,  $\epsilon$ ,  $\mathcal{T}_v$ ,  $\mathcal{T}_T$ ,  $\mathcal{T}_p$ ,  $u_b$ ,  $C_f$ ,  $u_{\tau,b}$ ,  $u_{\tau,t}$ ,  $u_{rms}$ ,  $v_{rms}$ ,  $w_{rms}$ ,  $\tau_{vis}$  y  $-\overline{u'w'}$ .

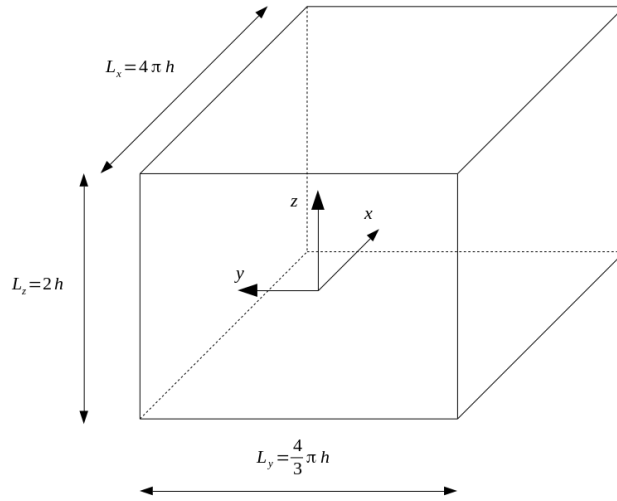
### 3.7. Parámetros de la simulación

En el estudio de la turbulencia se suele determinar el dominio, el tamaño de grilla, los tiempos requeridos de simulación y los saltos temporales basados en una combinación del conocimiento obtenido de experiencias previas o de las observaciones de los resultados de las simulaciones. Estos parámetros deben ser lo suficientemente adecuados como para que la simulación represente la física del problema. Por otro lado estos parámetros deben estar suficientemente optimizados para que el costo computacional sea razonable. Oliver y Moser [13] propusieron métodos sistemáticos para estimar las incertezas obtenidas con los cálculos DNS, mientras que Vinuesa [14] analizó la convergencia de los cálculos DNS para canales con forzado uniforme.

En esta sección se va a discutir brevemente las consideraciones que se deben tener

en cuenta para determinar los parámetros de las simulaciones.

Para resolver las direcciones infinitas se asume que el flujo es periódico tanto en  $x$  como en  $y$ . El dominio que se utiliza es un paralelepípedo de dimensiones  $L_x \times L_y \times L_z$ , con ejes ubicados como se muestra en la figura 3.3. Las condiciones de contorno de velocidad son periódicas en las direcciones  $x$  e  $y$  y condición de no deslizamiento en la dirección  $z$ . El flujo es forzado por una fuerza volumétrica en la dirección  $x$ , que no depende ni de  $x$  ni de  $y$ .



**Figura 3.3:** Esquema de la celda utilizada en las simulaciones.

Como mencionamos anteriormente, la utilización de condiciones de borde periódicas en las direcciones homogéneas pueden ser justificadas si el dominio es suficientemente grande como para que puedan incluir las escalas más grandes de la turbulencia. Una manera de verificar esto es asegurando que las fluctuaciones de la turbulencia no están correlacionadas a una separación de medio período en las direcciones homogéneas [15]. En este trabajo se optó por utilizar el tamaño de dominio  $L_x = 4\pi$ ,  $L_y = 4/3\pi$  y  $L_z = 2$ .

La resolución de la grilla debe ser suficientemente chica de manera que se pueda resolver las escalas de la turbulencia significativas más pequeñas. En este trabajo la cantidad de nodos utilizados fue de  $N_x \times N_y \times N_z = 96 \times 96 \times 97$ .

Tanto el tamaño de grilla como la cantidad de nodos se eligieron a partir de trabajos previos que han mostrado que estas longitudes son suficientes para que las variables turbulentas se decorrelacionen y que se representen todas las escalas significativas [5].

A priori no se conoce un perfil instantáneo que represente el problema, por lo que en primer lugar se debe hacer una simulación del problema de interés, partiendo de una condición inicial turbulenta arbitraria y, esperar un tiempo suficientemente largo hasta obtener un perfil instantáneo representativo del problema. A este tiempo lo vamos a llamar  $T_s$ .

Una vez que conocemos un perfil representativo del problema tenemos una condición

inicial adecuada para simular el problema y obtener los parámetros estadísticos. El tiempo de esta simulación es el tiempo de promediado y lo llamamos  $T_a$ .

En la simulaciones se utiliza  $T_s = 300$  y  $T_a = 300$  unidades de tiempo adimensionales. Estos valores se eligieron tomando como referencia el estudio realizado por Vinuesa [14].

Para la discretización temporal se utiliza como criterio que el *número de Courant* sea menor que 1 en cada iteración. El número de Courant en una dimensión se define como

$$C = \frac{u\Delta t}{\Delta x}, \quad (3.41)$$

y es una medida de cuanta información ( $u$ ) atraviesa una celda de una grilla computacional ( $\Delta x$ ) en un dado paso de tiempo ( $\Delta t$ ). En este trabajo se eligen pasos de tiempo  $\Delta t$  suficientemente chicos de manera que se verifique para cada iteración que  $C < 1$ . De no ser así significaría que la información se está propagando a través de más de una celda en dicha iteración y el  $\Delta t$  se debería reducir. En particular se utiliza  $\Delta t = 1.5 \times 10^{-3}$ , por lo que la cantidad de pasos temporales para cada simulación fue de  $N = 200000$ .

### 3.8. Validación

Para validar el código se resuelve el caso de fuerza impulsora uniforme y se busca comparar los resultados obtenidos con trabajos similares. Para determinar que tan convergido está el cálculo en este caso vamos a utilizar un criterio propuesto por Vinuesa [14]. El criterio consiste en definir un estado convergido y comparar los resultados de la simulación con el mismo. El estado convergido que se define es

$$\tau_{teo} = 1 - z, \quad (3.42)$$

donde  $\tau_{teo}$  es la solución analítica de los esfuerzos de corte totales para una fuerza impulsora uniforme y donde se entiende que la dirección  $z$  se extiende entre -1 y 1.

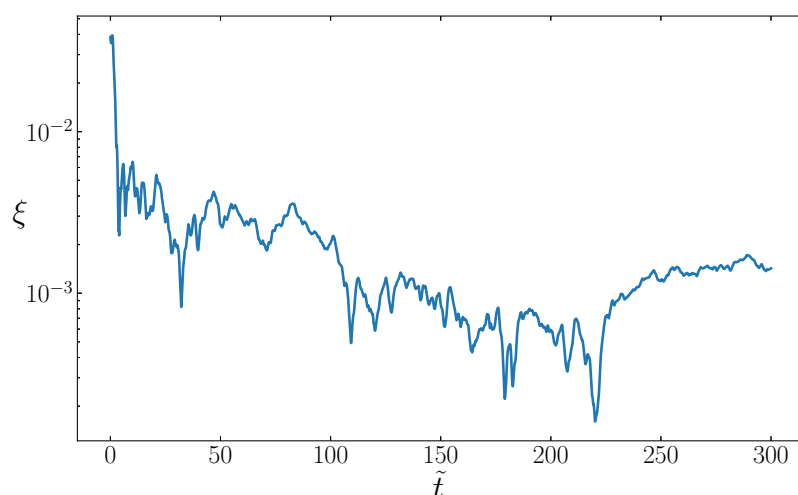
Luego se define un indicador de convergencia  $\xi$ , que debe caer asintóticamente a cero mientras se aproxima a la convergencia estadística. Se utiliza el residuo de la tensión de corte total teórica 3.42 con la tensión de corte total calculada con las simulaciones DNS, como se muestra en la ecuación 3.43.

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{2} \int_{-1}^1 (\tau_{DNS} - \tau_{teo})^2 dz}. \quad (3.43)$$

En el cálculo de validación se utilizó un  $Re_\tau = 180$  una grilla de  $N_x \times N_y \times N_z = 96 \times 96 \times 97$  y se corrió durante  $T_a = 300$  unidades de tiempo adimensional. Se obtuvo

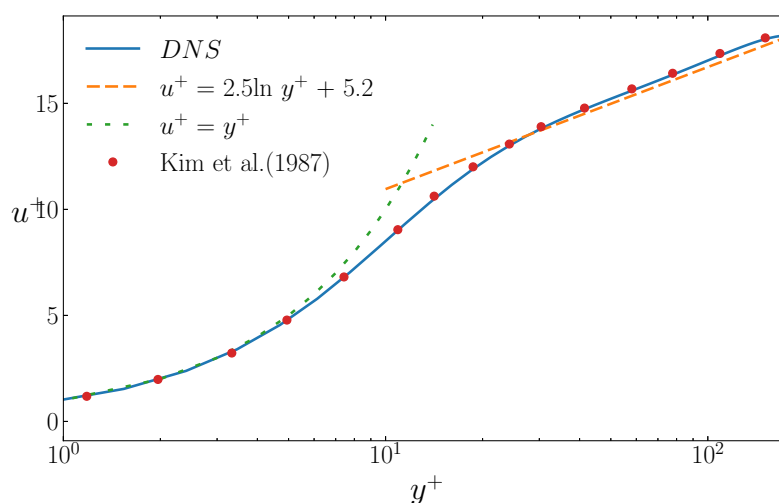
un valor  $\xi \approx 1 \times 10^{-3}$  que está en el orden de los valores de referencia [14].

En la figura 3.4 se muestra como evoluciona el parámetro de convergencia  $\xi$  en función del tiempo de la simulación. Se observa que  $\xi$  mantiene una tendencia decreciente hasta  $\tilde{t} \approx 200$ . A partir de allí presenta fluctuaciones más leves y su valor es aproximadamente constante. Esto justifica el tiempo de promediado, ya que tomar tiempos mucho más largos no produce una disminución apreciable en  $\xi$ .



**Figura 3.4:** Evolución temporal del parámetro de convergencia  $\xi$  para un forzado homogéneo.

En la figura 3.5 se muestra el perfil de velocidad de la pared superior en unidades de pared y escala logarítmica. Se muestra el ajuste en la región de la ley de pared y la ley logarítmica. Se puede observar que los valores obtenidos en este trabajo coinciden con los puntos obtenidos por Kim [15] y con el ajuste presentado por Pope [7].

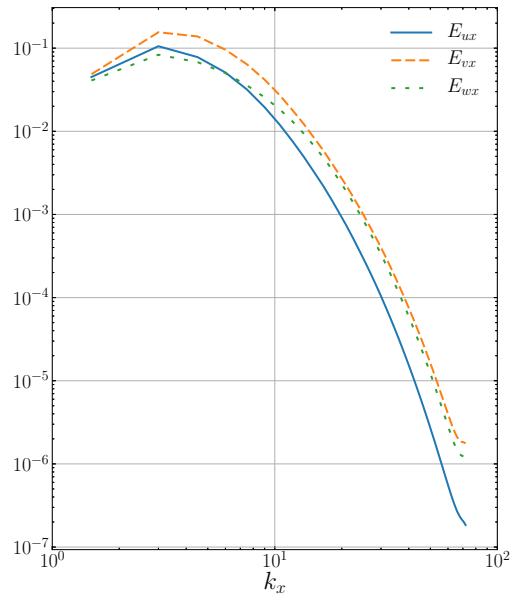


**Figura 3.5:** Velocidades medias en escala logarítmica y unidades de pared. Se muestra los cálculos DNS de este trabajo, los puntos obtenidos por Kim et al. [15] y el ajuste de la ley de pared y logarítmico presentados por Pope [7] .

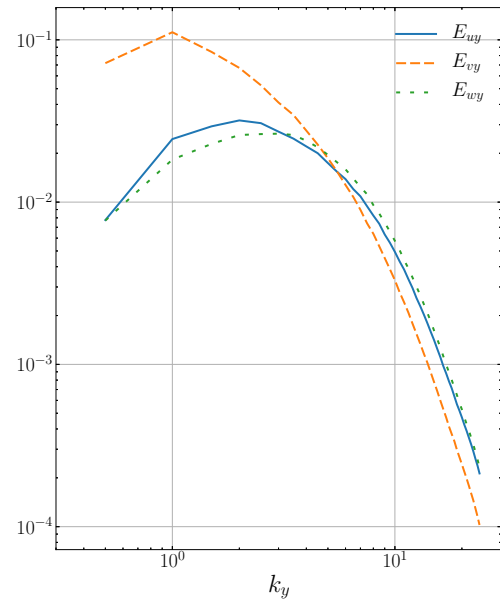
Los espectros definidos en 4.2a y 4.2b se pueden utilizar para determinar si la discretización de la grilla es adecuada o no. Para ello se debe cumplir que la densidad de energía en las longitudes de onda más grandes sean varios ordenes de magnitud menor que la densidad de energía en las longitudes de onda más chicas. Dado que para longitudes de ondas grandes la densidad de energía es monótonamente decreciente, si las longitudes de onda más grandes aportan relativamente poca energía se asume que la influencia de todas las escalas que están siendo despreciadas no es significativa en los resultados del cálculo.

La validez de esta hipótesis no está del todo clara debido a que no se sabe que rol cumplen realmente las escalas más pequeñas que no se están teniendo en cuenta. El criterio se respalda en base a la experiencia de cálculos con grillas cada vez más finas que, a partir de cierto punto, no muestran diferencias en los parámetros estadísticos de interés [4, 15].

En la figura 3.6 se muestra los espectros en  $x$  y en  $y$  para un plano ubicado en el centro del canal. De aquí se puede ver, en base al criterio mencionado anteriormente, que la resolución de la grilla es adecuada.



(a)



(b)

**Figura 3.6:** Espectro de energías unidimensional para un plano ubicado en el centro del canal. (a) Asociados al número de onda  $k_x$ . (b) Asociados al número de onda  $k_y$ .

# Capítulo 4

## Resultados

En este capítulo se presentan los forzados para cada uno de los distintos casos de estudio y se muestran y discuten los resultados obtenidos. Los resultados están enfocados en el análisis de las velocidades medias, los esfuerzos de corte, las intensidades turbulentas, el balance de energía cinética turbulenta y los eventos turbulentos. Además, se busca comparar cualitativamente algunos de estos resultados con los correspondientes obtenidos en trabajos relacionados de otros autores.

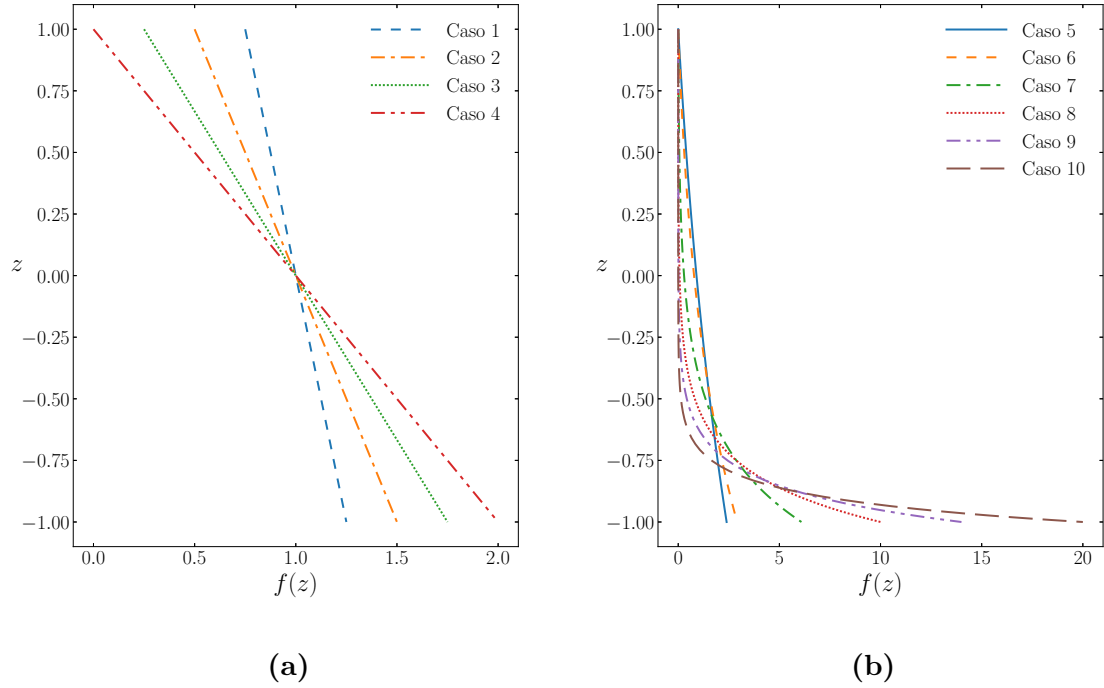
### 4.1. Fuerza impulsora

En este trabajo se emplean dos tipos de perfiles de fuerza impulsora: perfiles lineales y perfiles exponenciales. Este tipo de perfiles están motivados por los perfiles de concentración de plumas y corrientes de gravedad (ver figura 1.3) . La figura 1.3 muestra los perfiles de densidad de corriente de gravedad medida en el laboratorio. Este perfil de densidad es el perfil de fuerza impulsora en este tipo de flujos.

En la figura 4.1 se muestran los distintos perfiles de fuerza impulsora utilizados en las simulaciones DNS. En la figura 4.1a se muestran los cuatro perfiles lineales utilizados, mientras que en la figura 4.1b se muestran los seis perfiles exponenciales. Todos los perfiles están normalizados, por lo que se verifica que

$$\int_{-1}^1 \tilde{f}(\tilde{z}) d\tilde{z} = 2, \quad (4.1)$$

de modo de mantener constante la fuerza impulsora neta.

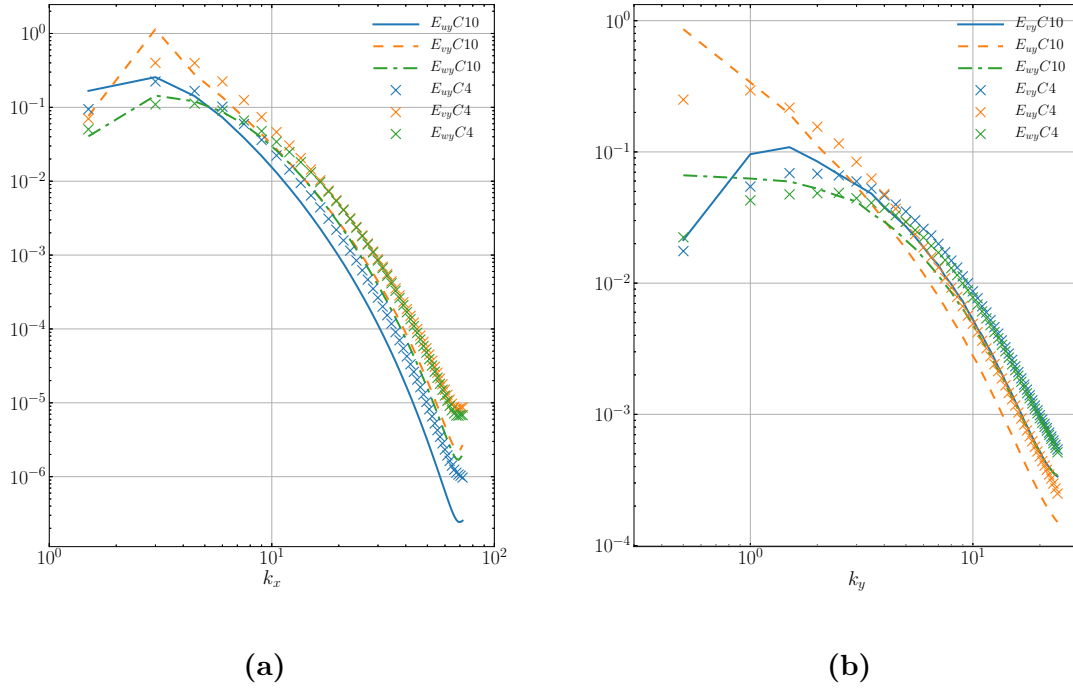


**Figura 4.1:** Perfiles de fuerza impulsora no homogénea utilizados. (a) Perfiles lineales. (b) Perfiles exponenciales.

## 4.2. Espectros de energía

En la figura 4.2 se muestra los espectros en  $x$  y en  $y$  para un plano ubicado en el centro del canal para el forzado lineal del caso 4 y el forzado exponencial del caso 10. Se puede ver que la energía de los números de onda grandes son varios ordenes de magnitud menores que la energía de los número de onda más chicos. Esto muestra que la resolución de la grilla utilizada es adecuada, como se explicó en la sección 3.8.



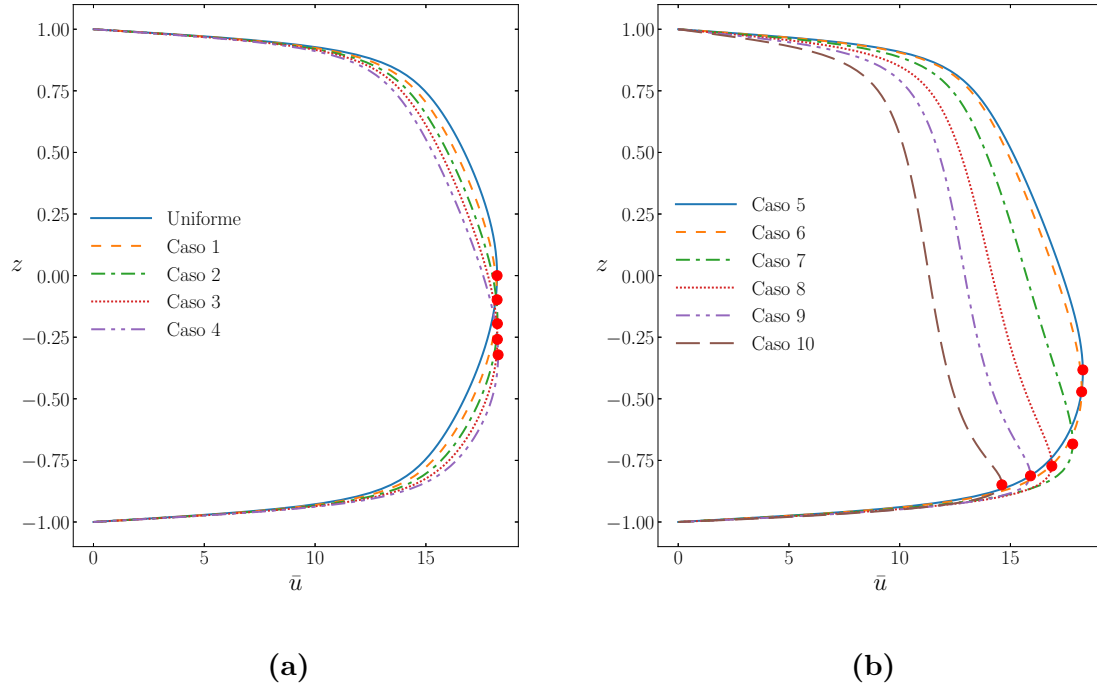


**Figura 4.2:** Espectros de energías unidimensional para un plano ubicado en el centro del canal para el forzado lineal del caso 4 y el forzado exponencial del caso 10. (a) Asociado al número de onda  $k_x$ . (b) Asociado al número de onda  $k_y$ .

### 4.3. Propiedades medias

En la figura 4.3 se muestran los perfiles de velocidad media para las distintas fuerzas impulsoras. En todos los casos se observa como el perfil se sesga hacia la pared inferior. Por otro lado, en los forzados lineales (figura 4.3a) no se observa una variación significativa del máximo del valor de la velocidad. Sin embargo, en el caso de los forzados exponenciales (figura 4.3b) se muestra una disminución apreciable del máximo del perfil.

Por otro lado, para los casos de forzado exponencial 5 a 10, se observa que a medida que aumenta la estratificación de la fuerza impulsora  $f(z)$ , en la mitad superior del canal se forma un perfil menos curvo y en la mitad inferior se forma un perfil más curvo. Esto indica un mezclado turbulento de momento más eficiente en la mitad superior del canal.



**Figura 4.3:** Perfil de velocidad media en la dirección de la corriente en función de la coordenada vertical. Los puntos indican el valor máximo de cada perfil de velocidades. (a) Forzados lineales. (b) Forzados exponenciales

En el caso de los forzados exponenciales más abruptos (casos 9 y 10), el perfil de velocidades tiende a ser el perfil característico de un flujo Couette turbulento [16]. En el flujo Couette no se tiene una fuerza impulsora externa, sino que el flujo es impulsado debido a que la pared inferior se mueve a una determinada velocidad y a la condición de no deslizamiento relativo del fluido y la pared. En los forzados exponenciales más abruptos (casos 9 y 10), la fuerza impulsora está concentrada en una región muy pequeña cercana a la pared, por lo que genera un efecto similar al del flujo Couette. Luego, la forma funcional de estos perfiles coinciden suficientemente lejos de la pared inferior. Al acercarnos a la pared inferior los perfiles difieren debido a la contribución de la fuerza impulsora y la condición de contorno de velocidad cero.

La velocidad media se define como

$$u_b = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h \bar{u}(z) dz, \quad (4.2)$$

el coeficiente de fricción se define como

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_b^2}, \quad (4.3)$$

y el número de Reynolds de la velocidad media como

**Tabla 4.1:** Casos simulados para este trabajo. Casos 1 a 4 corresponden a forzados lineales. Casos 5 a 10 corresponden a forzados exponenciales. En la tabla  $u_b$  es la velocidad media,  $Re_b = u_b h / \nu$  es el número de Reynolds de la velocidad media,  $C_f$  es el coeficiente de fricción,  $u_{\tau,b,t}$  son las velocidades de corte respecto a la pared inferior y superior,  $u_{max}$  es el valor máximo del perfil de velocidades medias,  $z_{vmax}$  es la ubicación del valor máximo del perfil de velocidades medias. Todos estos valores están adimensionalizados utilizando  $u_{\tau,avg}$ .

Caso	$u_b$	$Re_b$	$C_f$	$u_{\tau,t}$	$u_{\tau,b}$	$u_{max}$	$z_{vmax}$
<b>Uniforme</b>	15.608	2809	4.10E-03	1.00	1.00	18.21	0.00
<b>1</b>	15.59	2806	4.12E-03	0.99	1.01	18.21	-0.10
<b>2</b>	15.55	2799	4.14E-03	0.97	1.03	18.23	-0.20
<b>3</b>	15.49	2789	4.17E-03	0.96	1.04	18.23	-0.26
<b>4</b>	15.41	2773	4.21E-03	0.94	1.05	18.26	-0.32
<b>5</b>	15.36	2764	4.24E-03	0.94	1.06	18.27	-0.38
<b>6</b>	15.25	2745	4.30E-03	0.93	1.07	18.22	-0.47
<b>7</b>	14.53	2615	4.74E-03	0.88	1.11	17.81	-0.68
<b>8</b>	13.36	2405	5.60E-03	0.82	1.15	16.87	-0.77
<b>9</b>	12.30	2214	6.61E-03	0.76	1.20	15.91	-0.81
<b>10</b>	10.84	1950	8.52E-03	0.67	1.24	14.61	-0.85

$$Re_b = \frac{u_b h}{\nu} . \quad (4.4)$$

En la tabla 4.1 se muestran los valores, adimensionalizados con la velocidad de corte  $u_{\tau,avg}$ , de la velocidad media  $\tilde{u}_b$ , el número de Reynolds de la velocidad media  $Re_b$ , el coeficiente de fricción  $C_f$ , las velocidades de corte de la pared superior e inferior  $u_{\tau,t}$  y  $u_{\tau,b}$  respectivamente, la velocidad máxima  $u_{max}$  y la posición de la velocidad máxima  $z_{vmax}$  para cada uno de los casos estudiados.

De la tabla 4.1 podemos observar que el coeficiente de fricción siempre aumenta a medida que estratificamos la fuerza impulsora. Sin embargo, este aumento comienza a ser significativo recién para el caso de las exponenciales. Por otro lado, podemos observar que las velocidades de corte  $u_{\tau,t}$  y  $u_{\tau,b}$  dejan de ser iguales en la pared inferior y superior, aumentando en la inferior y disminuyendo en la superior.

#### 4.3.1. Reescaleo por velocidad de corte local

En este trabajo utilizamos como velocidad característica  $u_{\tau,avg}$ . Debido a que la integral de la fuerza impulsora externa es la misma para todos los casos, se tiene que  $u_{\tau,avg} = 1$  para todos los casos. Utilizar esta escala nos sirve para analizar las propiedades de flujo para una dada fuerza impulsora, como la forma del perfil de velocidades, la ubicación de sus máximos, curvatura, etc. Esto también nos sirve para comparar flujos con distintas fuerzas impulsoras en términos de propiedades de flujo globales, como el coeficiente de fricción. Sin embargo, si queremos comparar propiedades locales del flujo entre distintas condiciones de fuerza impulsora, es conveniente tomar una velocidad

característica más adecuada. En estos casos, las escalas de velocidad adecuadas son las velocidades de corte locales en las paredes.

Supongamos que nos interesa saber como varía el máximo del esfuerzo de Reynolds cercano a la pared inferior al pasar de un perfil de fuerza impulsora uniforme a uno lineal (caso 4 de la figura 4.1a). Ambos perfiles tienen  $u_{\tau,avg} = 1$ , sin embargo, la velocidad característica de este análisis local es  $u_{\tau,b}$  y no  $u_{\tau,avg}$ , ya que el análisis no se ve afectado por lo que pasa en la pared superior. El forzado uniforme tiene  $u_{\tau,b} = 1$  mientras que el caso 4 de forzado lineal tiene  $u_{\tau,b} = 1,05$ , por lo que en esta comparación local, el flujo impulsado por un perfil lineal se va a comportar como si estuviera impulsado por una fuerza externa de mayor intensidad.

Esto sugiere que, al querer comparar propiedades locales entre los distintos casos de estudio, se utilicen como velocidades características a las velocidades de corte correspondientes. Estas escalas de velocidades definen escalas de pared locales:

$$z_{t,b}^+ = \tilde{z} Re_{\tau,t,b} = \tilde{z} Re_{\tau,t,b} \frac{Re_{\tau}}{Re_{\tau}} = z^+ u_{\tau,t,b}, \quad (4.5)$$

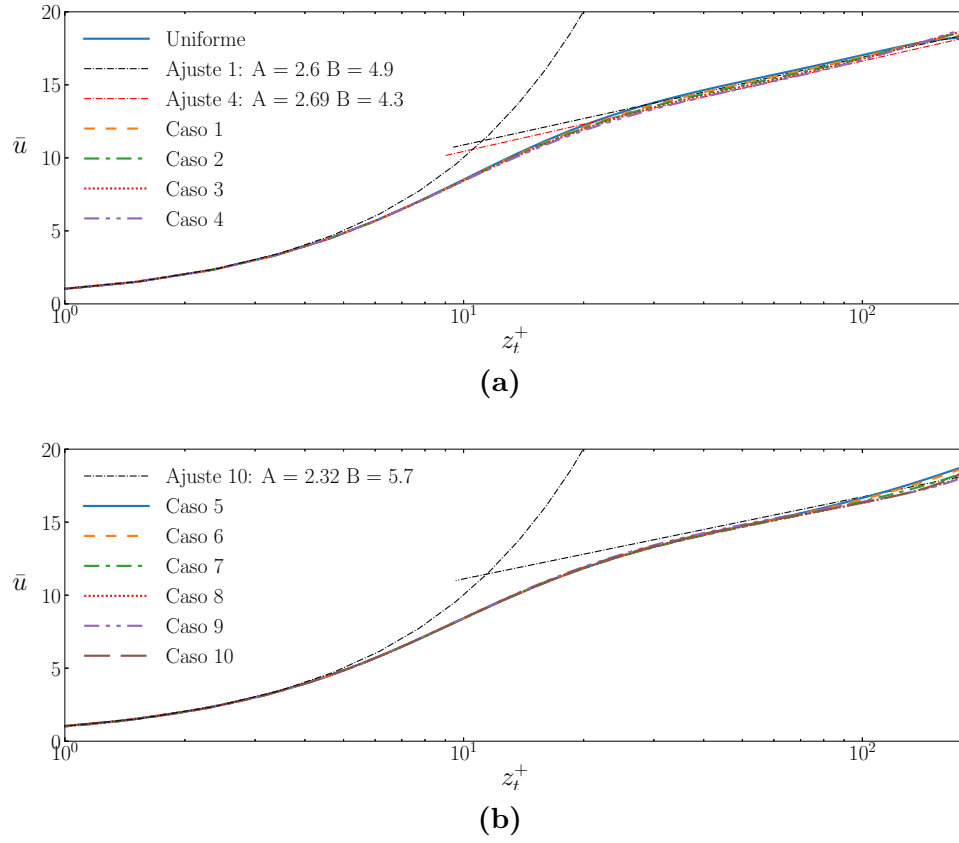
$$u_{t,b}^+ = \frac{u}{u_{\tau,t,b}} = \frac{u}{u_{\tau,t,b}} \frac{Re_{\tau}}{Re_{\tau}} = \frac{u^+}{u_{\tau,t,b}}. \quad (4.6)$$

### 4.3.2. Ley de pared

En la figura 4.4 se muestran los perfiles de velocidad en unidades de pared local en la mitad superior del canal para los 10 casos de estudio. En primer lugar podemos ver que la ley de pared se verifica para todos los casos. Además, se identifica la zona logarítmica en todos los casos. La velocidad media en unidades de pared en la zona logarítmica se puede escribir como

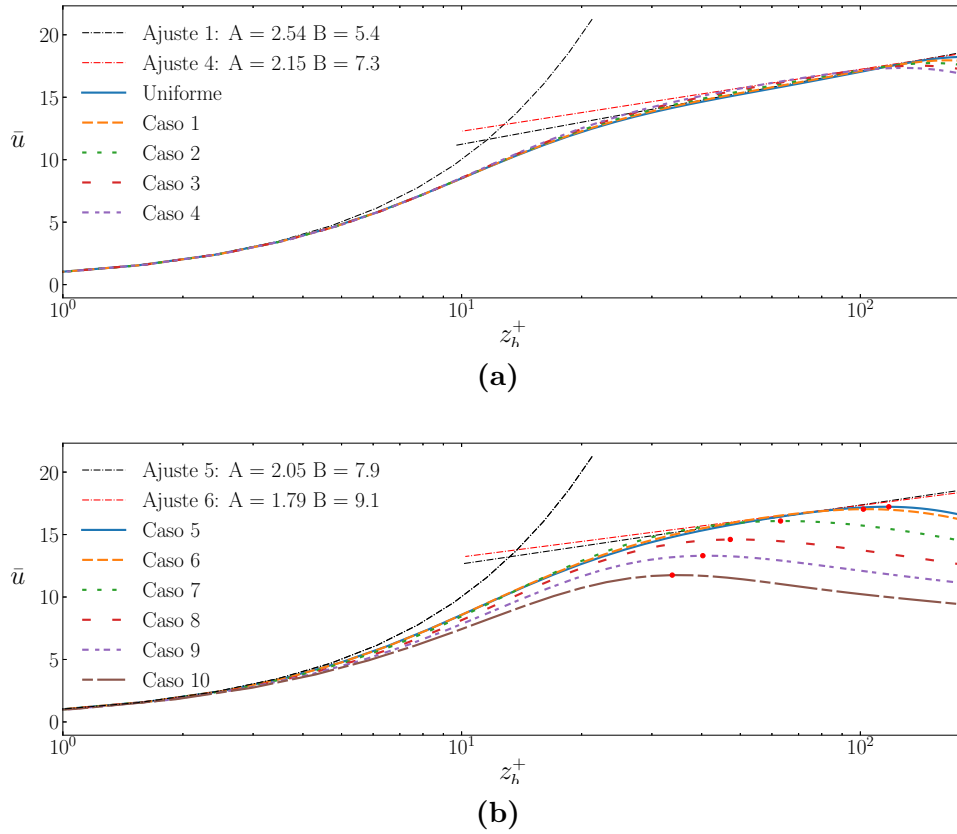
$$u_{t,b}^+ = A_i \ln(z_{t,b}^+) + B_i. \quad (4.7)$$

En la figura 4.4 se muestran los ajustes en la zona logarítmica y se especifican los coeficientes de la ecuación 4.7 para los casos 1, 4 y 10. Observamos que la pendiente  $A_i$  en el caso de los forzados lineales aumenta su valor levemente a medida que la estratificación es más fuerte (ver figura 4.4a). Sin embargo, la pendiente disminuye a medida que la estratificación es más fuerte en el caso de los forzados exponenciales (ver figura 4.4b).



**Figura 4.4:** Perfil de velocidad media en la dirección de la corriente en función de la coordenada vertical utilizando unidades de pared locales para la pared superior. (a) Perfiles lineales. (b) Perfiles exponenciales

En la figura 4.5 se muestran los perfiles de velocidad en unidades de pared en la mitad inferior para los 10 casos estudiados. Nuevamente, la ley de pared se verifica en todos los casos. En los casos de forzado lineal, la zona logarítmica se sigue identificando a pesar de ir disminuyendo su extensión. La pendiente del ajuste de la zona logarítmica muestra una disminución al aumentar la estratificación del forzado (ver figura 4.5a). Por otro lado, en el caso de los forzados exponenciales solo se identifica la zona logarítmica para los casos 5 y 6, que mantienen la tendencia de disminuir la pendiente al aumentar la estratificación del forzado (ver figura 4.5b).



**Figura 4.5:** Perfil de velocidad media en la dirección de la corriente en función de la coordenada vertical utilizando unidades de pared locales para la pared inferior. Los puntos rojos indican el valor máximo de cada perfil de velocidades. (a) Forzados lineales. (b) Forzados exponenciales.

## 4.4. Esfuerzos de corte

Tomando como volúmen de control un paralelepípedo con una cara sobre la pared inferior y altura  $z$  y haciendo un balance de momento obtenemos que

$$\int_0^z \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{u'w'} \right) dz = \int_0^z f(z) dz. \quad (4.8)$$

Si integramos, sabiendo que  $\overline{u'w'}(z=0) = 0$  y definiendo  $\tau_b = \partial u / \partial z(0)$ , obtenemos que

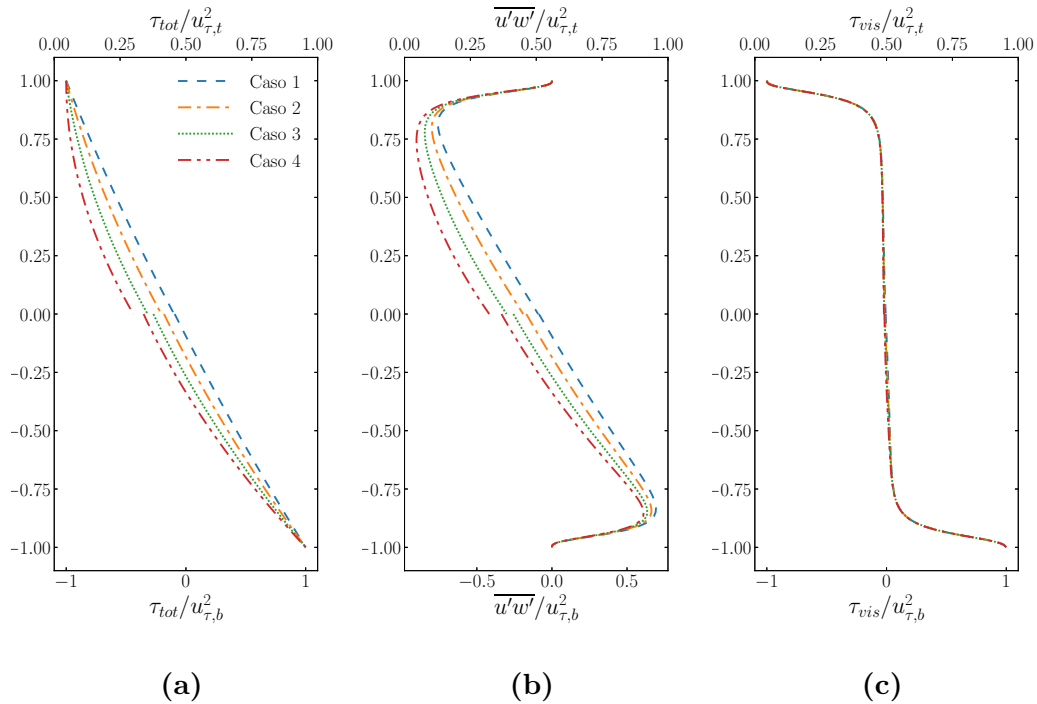
$$\tau_t(z) = \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial u}{\partial z}(z) - \overline{u'w'}(z) = \int_0^z f(z) dz - \tau_b. \quad (4.9)$$

En primer lugar analicemos los perfiles correspondientes al forzado lineal. Los esfuerzos de corte totales se muestran en la figura 4.6a. Como vimos anteriormente, la forma funcional del esfuerzo de corte total depende de la fuerza impulsora externa según la ecuación 4.9. Para determinar completamente el valor del esfuerzo de corte hace falta conocer el corte local en la pared  $\tau_b = u_{\tau,b}^2$ , donde  $u_{\tau,b}$  fue presentado en la tabla 4.1. En la figura 4.6c se muestran los perfiles de esfuerzos viscosos. Podemos observar que

no se producen cambios apreciables en este término. En todos los casos los esfuerzos viscosos decrecen con la misma tasa.

Dado que los esfuerzos están normalizados con la velocidad de corte local, los esfuerzos de corte totales en la pared valen 1. Los esfuerzos de Reynolds deben compensar la diferencia entre los esfuerzos totales y los viscosos. La ubicación del máximo de los esfuerzos de Reynolds se va a dar donde la pendiente de los esfuerzos viscosos iguale a la pendiente de los esfuerzos totales. Por esto, la ubicación del máximo de los esfuerzos de Reynolds se va acercando hacia la pared a medida que aumenta la estratificación. En este punto, los esfuerzos viscosos pueden ser despreciados y el valor máximo del esfuerzo de Reynolds depende principalmente de los esfuerzos de corte totales. Al tener una fuerza impulsora con mayor gradiente, los esfuerzos de corte totales decrecen más rápido y el máximo valor del esfuerzo de Reynolds es menor. Por esto último, los máximos del esfuerzo de Reynolds cercanos a la pared inferior disminuyen a medida que aumenta la estratificación.

Un análisis análogo con características opuestas se puede hacer para la pared superior, donde el máximo de los esfuerzos de Reynolds está cada vez mas alejado de la pared y su valor aumenta con el aumento de la estratificación de la fuerza impulsora.

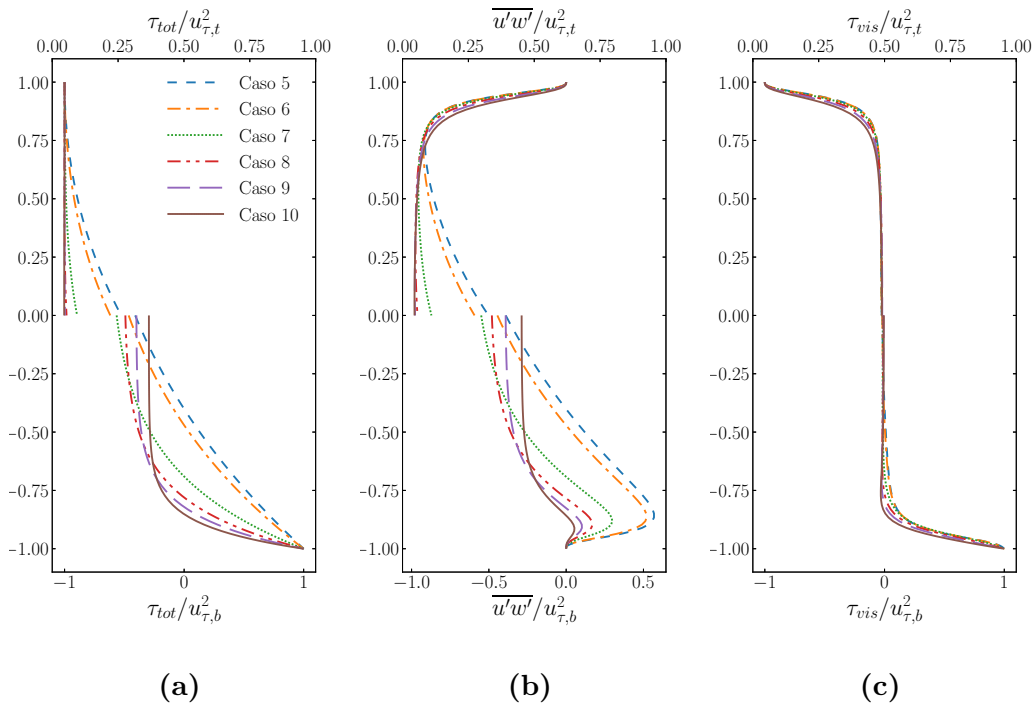


**Figura 4.6:** Esfuerzos de corte en función de la coordenada vertical normalizadas con la velocidades de corte locales para los forzados lineales. (a) Esfuerzos totales. (b) Esfuerzos de Reynolds. (c) Esfuerzos viscosos.

Un análisis similar se puede hacer para los perfiles de forzado exponencial. En la figura 4.7a se muestran los esfuerzos de corte totales que, al igual que en el caso de forzado lineal, se justifica su forma en base a parámetros presentados anteriormente. En

la figura 4.7c se muestran los esfuerzos viscosos, donde se observan pequeñas diferencias en la zona cercana a la pared inferior.

Si bien se observaron estas pequeñas diferencias en los esfuerzos viscosos, los argumentos expuestos anteriormente para la determinación de la ubicación y el valor de los máximos locales de los esfuerzos de Reynolds siguen siendo válidos. Es por esto que observamos claramente en la figura 4.7c como el máximo de esfuerzos de Reynolds disminuye y su ubicación está cada vez más cercana a la pared inferior. A su vez, se observa un comportamiento opuesto en la pared superior, donde el máximo crece y se aleja de la pared superior.



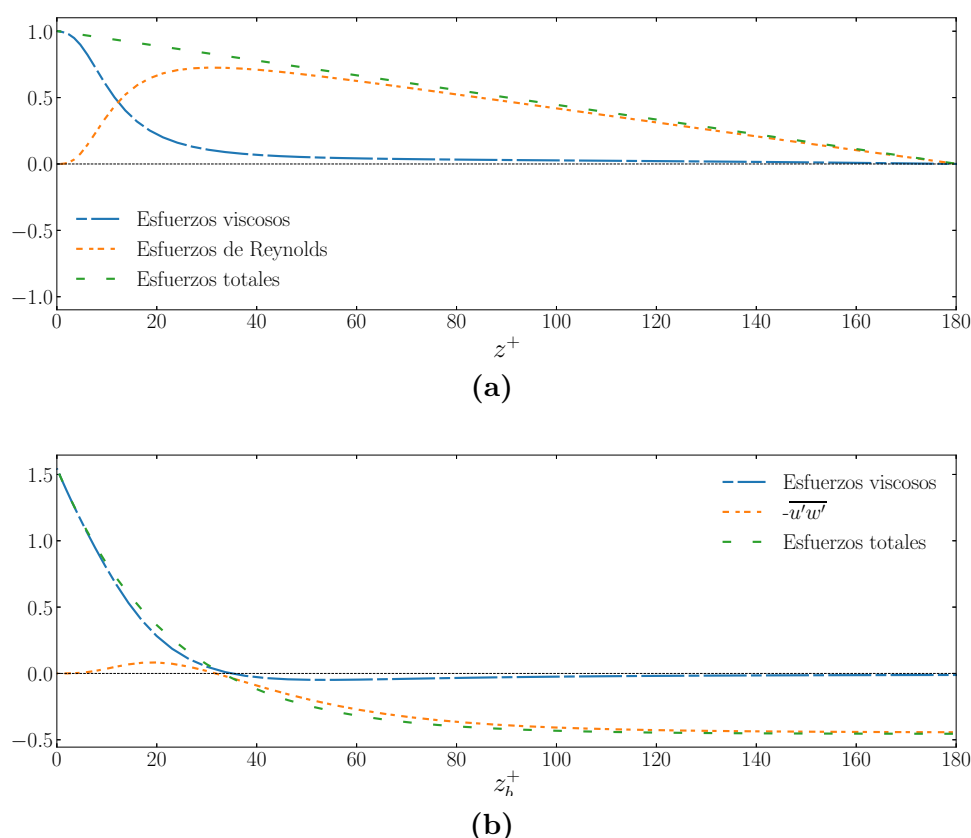
**Figura 4.7:** Esfuerzos de corte en función de la coordenada vertical normalizadas con las velocidades de corte locales para los forzados exponenciales. (a) Esfuerzos totales. (b) Esfuerzos de Reynolds. (c) Esfuerzos viscosos.

A continuación vamos a analizar con más detalle la zona cercana a la pared para el caso de los forzados exponenciales. En la figura 4.8 se muestran las componentes del esfuerzo de corte total,  $-\overline{u'w'}$  y  $\partial u/\partial z$  para el caso de forzado uniforme y para el caso 10. En el caso de forzado uniforme (figura 4.8a) existe una zona donde los esfuerzos de Reynolds son despreciables respecto a los viscosos ( $z^+ < 5$ ), que es donde existe la ley de pared y, existe una zona donde los esfuerzos viscosos son despreciables respecto a los esfuerzos de Reynolds ( $z^+ > 30$ ), que es donde existe la ley logarítmica.

Anteriormente vimos que a partir del caso 7 de los forzados exponenciales se identifica la ley de pared pero no la zona logarítmica. Esto se puede justificar observando el gráfico de los esfuerzos de corte de la figura 4.8b. Vemos que cerca de la pared existe una región donde los esfuerzos de Reynolds son despreciables respecto a los esfuerzos



viscosos. Dentro de esta zona existe la ley de pared. Sin embargo, entre el máximo de velocidades y la pared inferior ( $0 < z_b^+ < 35$  de la figura 4.8b), no hay ninguna región donde los esfuerzos viscosos sean despreciables respecto a los esfuerzos de Reynolds. Es por esto que no se espera que exista la ley logarítmica en la zona cercana a la pared inferior. Por otro lado, para alturas mayores al máximo de velocidades, los esfuerzos viscosos son despreciables y se espera una extensión de la zona logarítmica respecto a la pared superior.

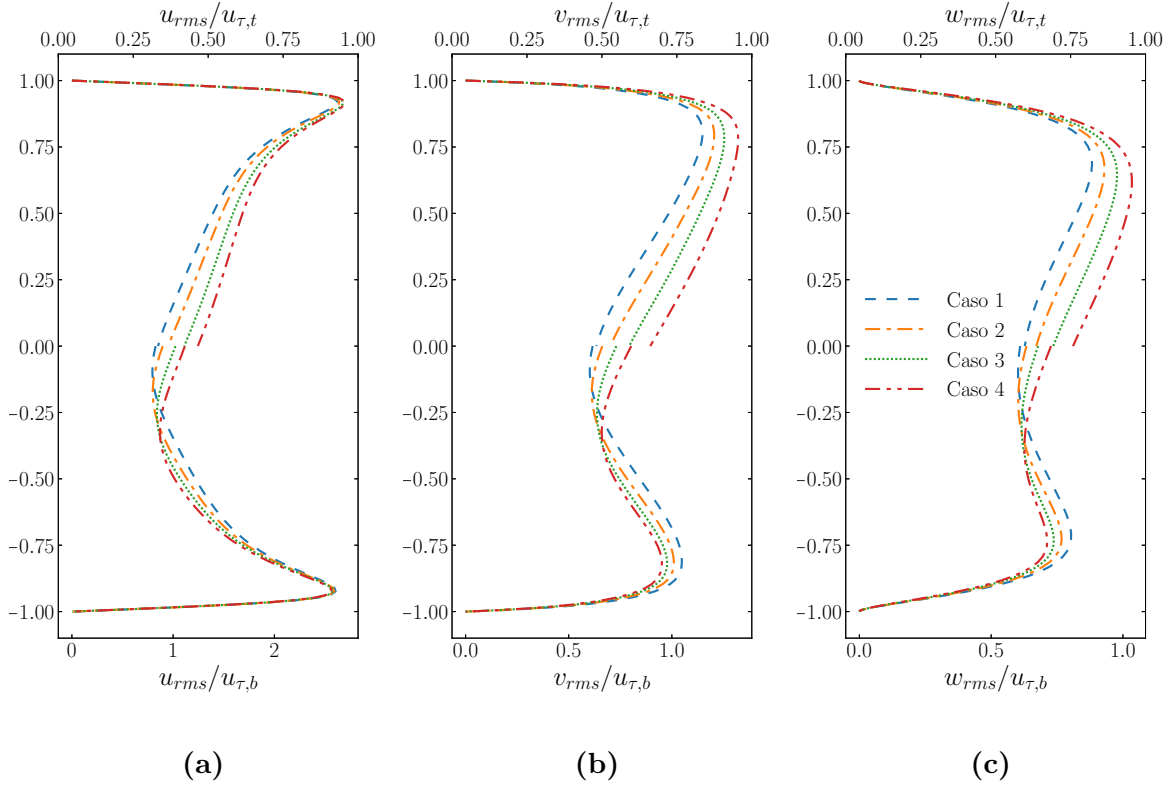


**Figura 4.8:** Esfuerzos de corte cercanos a la pared inferior. (a) Caso uniforme. (b) Caso 10.

## 4.5. Intensidades turbulentas

En la figura 4.9 se muestran las velocidades cuadráticas medias para los casos de forzado lineal. Podemos observar que estas velocidades aumentan en la zona superior y disminuyen en la pared inferior. Este comportamiento está asociado al incremento y disminución en la pared mitad superior e inferior de los esfuerzos de Reynolds de la figura 4.6b, que fue explicado en la sección 4.4. En las velocidades cuadráticas medias en la dirección transversal y vertical podemos ver como los máximos en la pared superior e inferior sufren modificaciones apreciables, efecto que no se ve presente en la componente con dirección de la corriente,  $u_{rms}$ . Por otro lado se observa que el mínimo se desplaza

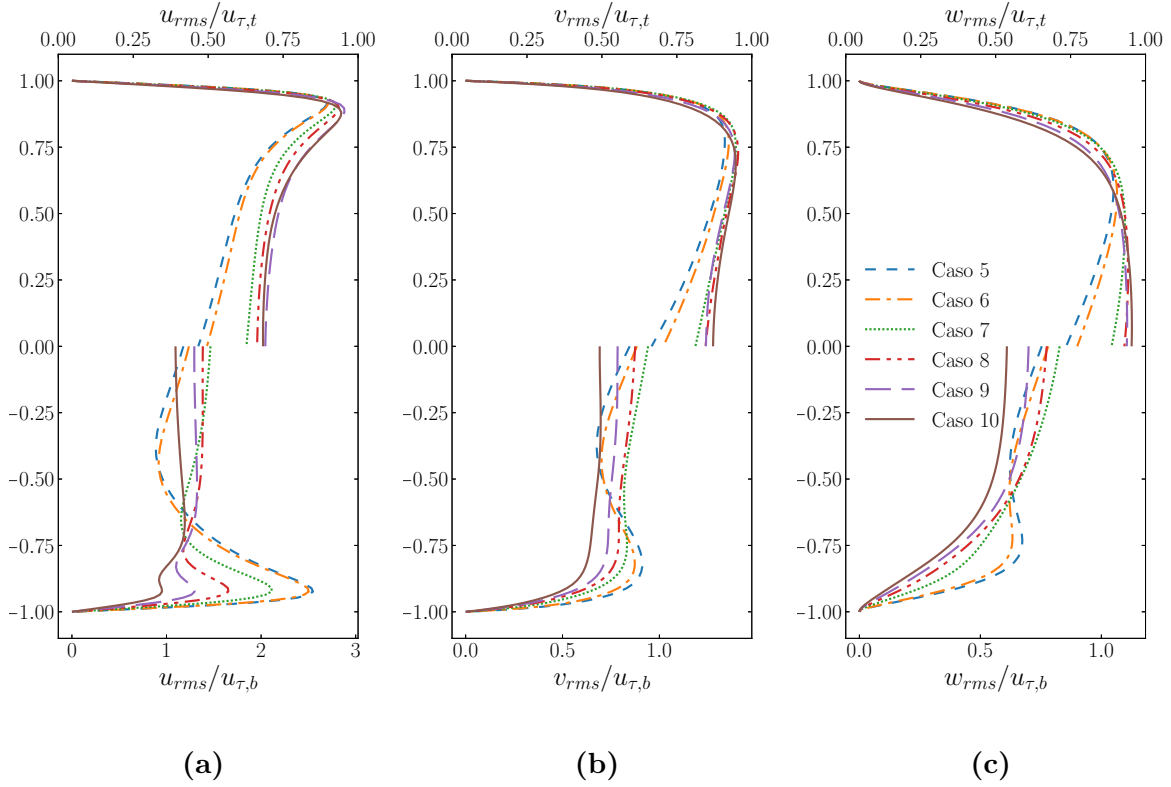
desde el centro del canal hacia la pared inferior, que es consistente con el desplazamiento del máximo del perfil de velocidades hacia la pared inferior.



**Figura 4.9:** Velocidades cuadráticas medias en función de la coordenada vertical normalizadas con la velocidades de corte locales para los perfiles lineales. (a)  $u_{rms}$  (b)  $v_{rms}$ . (c)  $w_{rms}$ .

En la figura 4.10 se muestran las velocidades cuadráticas medias para los casos de los forzados exponenciales. En primer lugar podemos mencionar la misma característica general que se observó en el caso de forzado lineal, donde se observa un aumento de las intensidades en la mitad superior y una disminución en la mitad inferior. Sin embargo, para los forzados exponenciales la disminución en la mitad inferior para  $u_{rms}$  son más apreciables, incluso mayores a las observadas en  $v_{rms}$  y  $w_{rms}$ . Este comportamiento es opuesto al correspondiente del forzado lineal, donde las variaciones en  $v_{rms}$  y  $w_{rms}$  eran mayores a las variaciones en  $u_{rms}$ . Por otro lado, para las  $v_{rms}$  y  $w_{rms}$  los máximos desaparecen en la pared inferior para los casos 7, 8, 9 y 10, mientras que para  $u_{rms}$  la presencia de un máximo relativo se mantiene en todos los casos.

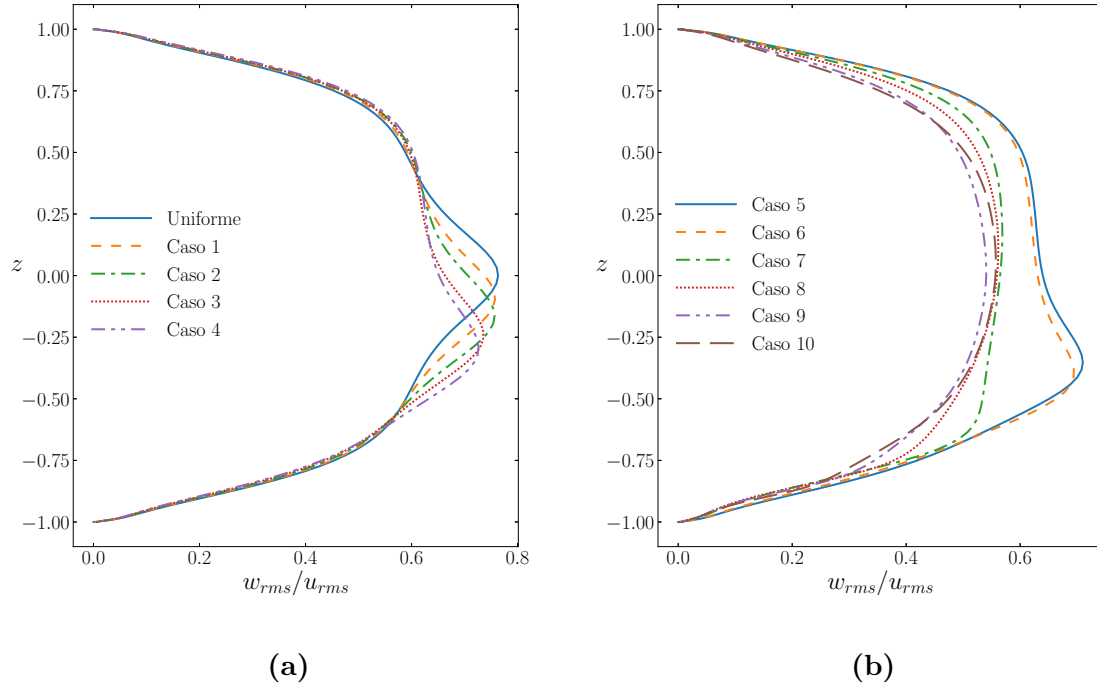
Por último, podemos notar para las  $v_{rms}$  y  $w_{rms}$  que el mínimo relativo tiende a desaparecer, obteniendo perfiles cada vez más planos, mientras que en el caso de la  $u_{rms}$  el mínimo relativo se mantiene pero se desplaza hacia la pared inferior, siendo consistente esto último con el movimiento del máximo del perfil de velocidades.



**Figura 4.10:** Velocidades cuadráticas medias en función de la coordenada vertical normalizadas con la velocidades de corte locales para los forzados exponenciales. (a)  $u_{rms}$  (b)  $v_{rms}$ . (c)  $w_{rms}$ .

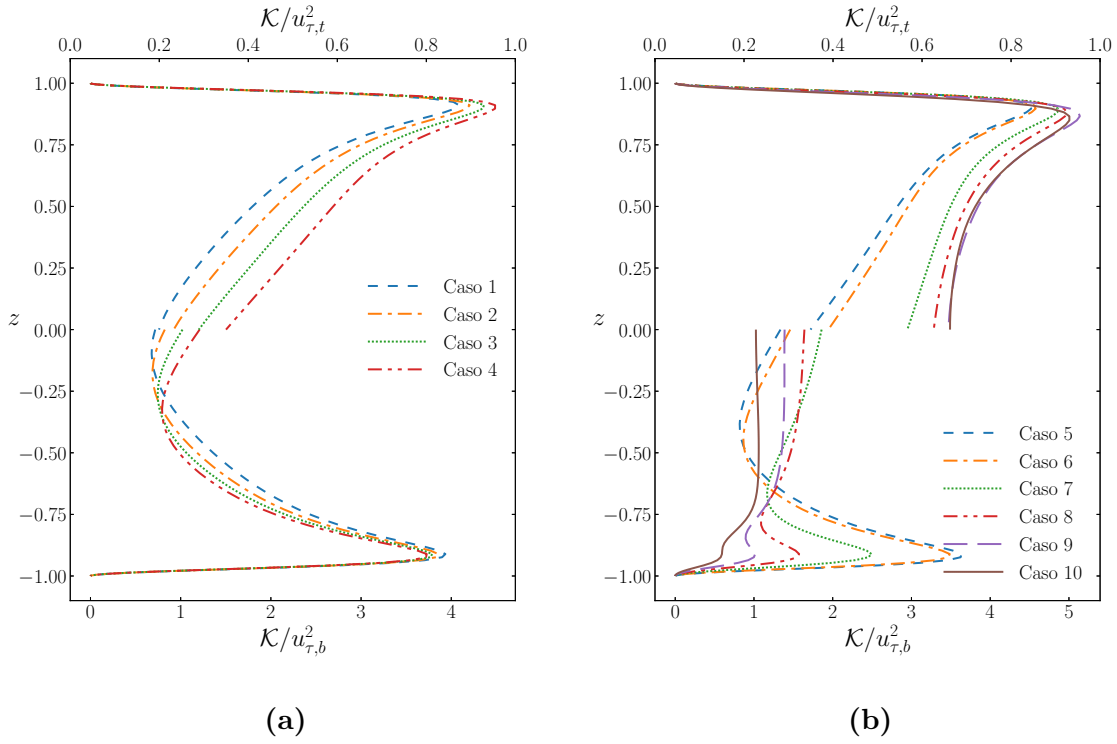
En la figura 4.11 se muestra un gráfico del cociente  $w_{rms}/u_{rms}$  que es una medida de la anisotropía del flujo, este valor debería ser uno para un flujo con isotropía perfecta [4]. Si observamos los casos correspondientes al forzado lineal (ver figura 4.11a), vemos que globalmente la anisotropía se mantiene, con la diferencia que la zona menos anisotrópica (el máximo) se desplaza hacia la pared inferior.

Por otro lado, en el caso del forzado exponencial, a medida que la estratificación de la fuerza impulsora aumenta, el flujo se va haciendo cada vez más anisotrópico y el máximo relativo de isotropía desaparece.



**Figura 4.11:** Cociente  $w_{rms}/u_{rms}$  en función de la coordenada vertical. (a) Perfiles lineales. (b) Perfiles exponenciales.

En la figura 4.12 se muestra la energía cinética turbulenta. En todos los casos vemos que a medida que aumenta la estratificación de la fuerza impulsora la energía cinética turbulenta aumenta en la zona superior pero disminuye en la zona inferior. En el caso 10 el máximo desaparece. Por otro lado, el mínimo también tiende a desaparecer obteniendo un perfil más constante en la zona central.



**Figura 4.12:** Energía cinética turbulenta en función de la coordenada vertical normalizadas con la velocidades de corte locales. (a) Forzados lineales. (b) Forzados exponenciales

## 4.6. Balance de la energía cinética turbulenta

Para complementar el análisis de las intensidades turbulentas se puede analizar la ecuación de balance de la energía cinética turbulenta de la ecuación 2.21.

Para un flujo en un canal, los términos de la energía cinética turbulenta se reducen a:

$$\mathcal{P} = -\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad (4.10)$$

$$\epsilon = \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2} \quad (4.11)$$

$$+ \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial z}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2} \quad (4.12)$$

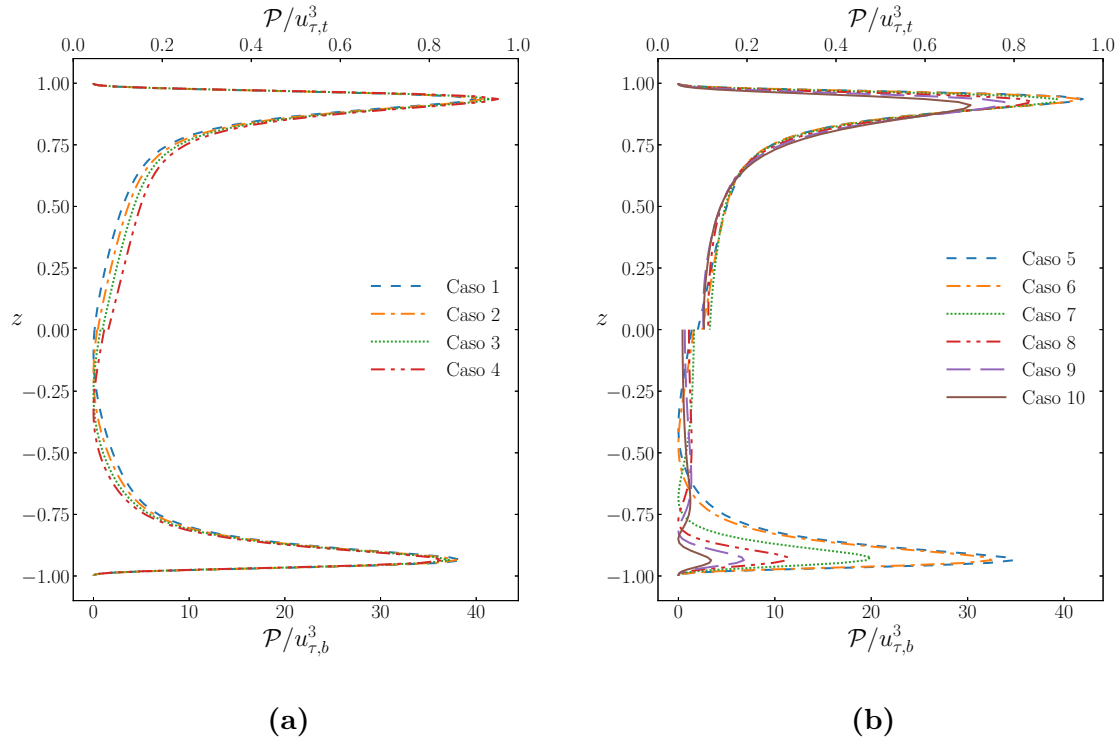
$$+ \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2} + \frac{\partial^2 \overline{w'^2}}{\partial z^2}, \quad (4.13)$$

$$\mathcal{T}_T = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'^2 w'} + \overline{v'^2 w'} + \overline{w'^3}), \quad (4.14)$$

$$\mathcal{T}_v = \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial}{\partial z} (\mathcal{K} + \overline{w'^2}), \quad (4.15)$$

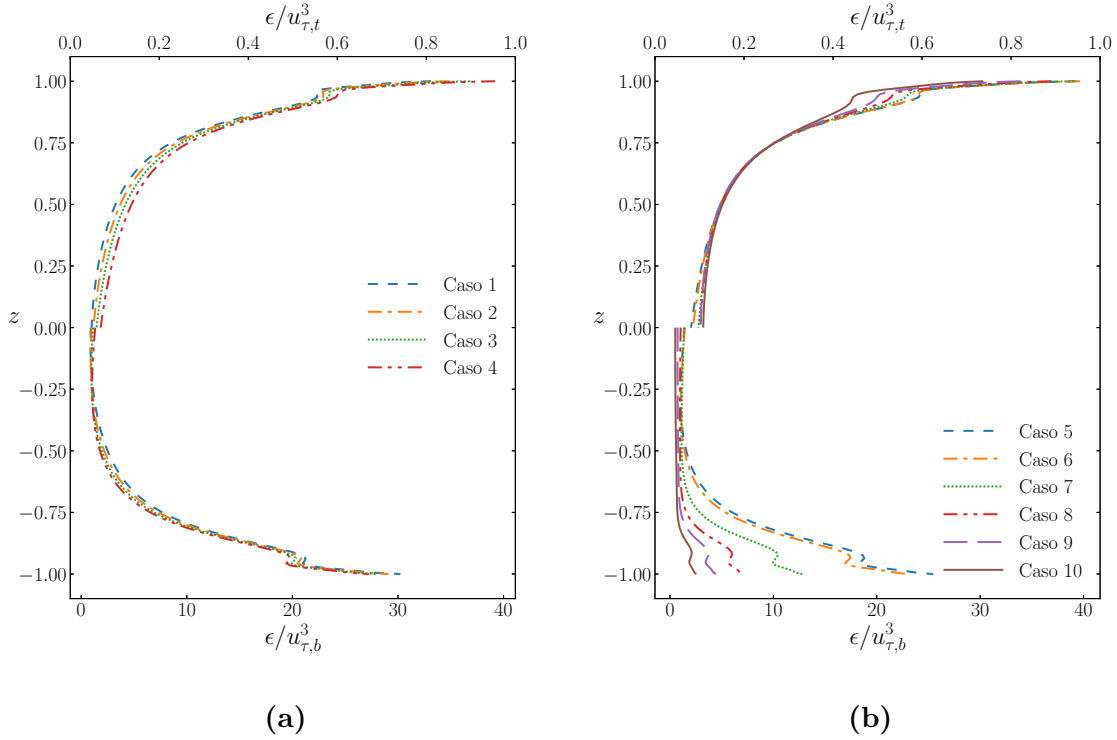
$$\mathcal{T}_P = \frac{\partial \overline{p'w'}}{\partial z}. \quad (4.16)$$

En la figura 4.13 se muestra la producción de TKE,  $\mathcal{P}$ , normalizada con las velocidades de corte locales. En el caso de forzado lineal (figura 4.13a) se observa que aumenta el máximo cercano a la pared superior pero disminuye el máximo cercano a la pared inferior. Si observamos la figura 4.6c vemos que los esfuerzos viscosos no sufren modificaciones apreciables, por lo que los cambios en la producción para los forzados lineales se deben principalmente a los cambios en los esfuerzos de Reynolds de la figura 4.6b. En cambio, en los forzados exponenciales (figura 4.13b) se observa una disminución de  $\mathcal{P}$  en las zonas cercanas a ambas paredes. Este comportamiento está asociado a la gran disminución de la velocidad media  $u_b$  que se observa en los casos exponenciales (ver tabla 4.1), que produce una disminución de  $\mathcal{P}$  por sobre toda la extensión del perfil. Por otro parte, la influencia de los esfuerzos de Reynolds produce que la disminución sea mucho más grande cerca de la pared inferior que cerca de la pared superior. Por otro lado, la ubicación del máximo local superior e inferior se mantiene en todos los casos. Sin embargo el mínimo se va desplazando hacia la pared inferior. En los casos de forzado más estratificado la producción alcanza valores negativos. En el caso 10 se alcanzan valores negativos en la zona  $-0,87 < z < -0,85$  ( $30 < z_b^+ < 34$ ).



**Figura 4.13:** Producción en función de la coordenada vertical normalizadas con la velocidades de corte locales. (a) Perfiles lineales. (b) Perfiles exponenciales

En la figura 4.14 se muestra la disipación de TKE,  $\epsilon$ , normalizada con las velocidades de corte locales. Al igual que en  $\mathcal{P}$ ,  $\epsilon$  aumenta en la zona de la pared superior y disminuye en la zona de la pared inferior para los forzados lineales (figura 4.14a) mientras que disminuyen tanto en la zona superior como en la zona inferior para los forzados exponenciales (figura 4.14b). La ubicación de los máximos y mínimos relativos cercanos a la pared se mantienen. En el centro del canal la disipación mantiene una forma aproximadamente constante.



**Figura 4.14:** Disipación en función de la coordenada vertical normalizadas con la velocidades de corte locales. (a) Perfiles lineales. (b) Perfiles exponenciales

Se definen los valores medios de  $\mathcal{P}$ ,  $\epsilon$  y  $\mathcal{K}$  como

$$\overline{\mathcal{P}} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mathcal{P}(z) dz, \quad (4.17)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \epsilon(z) dz, \quad (4.18)$$

$$\overline{\mathcal{K}} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mathcal{K}(z) dz. \quad (4.19)$$

En la tabla 4.2 se muestran los valores de  $\overline{\mathcal{K}}$ ,  $\overline{\mathcal{P}}$  y  $\bar{\epsilon}$  para los 10 casos estudiados. Partiendo del caso con forzado uniforme, se observa una leve disminución de  $\overline{\mathcal{P}}$  y  $\bar{\epsilon}$  hasta al caso 5, donde comienza a disminuir marcadamente alcanzando valores de aproximadamente un tercio del correspondiente al forzado uniforme. Para  $\overline{\mathcal{K}}$  se observa un leve aumento hasta el caso 7 y luego una disminución. Sin embargo, esta disminución es relativamente más pequeña que en  $\overline{\mathcal{P}}$  y  $\bar{\epsilon}$ . Es importante destacar que en los parámetros integrales de la tabla 4.1, como  $C_f$  o las velocidades de corte  $u_{\tau,b}$  y  $u_{\tau,b,t}$ , tienen comportamientos monótonos respecto a la estratificación de la fuerza impulsora y no presentan un máximo intermedio.

En la figura 4.15 se muestra la distribución vertical de las distintas componentes del balance de la energía cinética turbulenta, la producción  $\mathcal{P}$ , la disipación  $\epsilon$ , el transporte



**Tabla 4.2:** Casos simulados para este trabajo. Casos 1 a 4 corresponden a forzados lineales. Casos 5 a 10 corresponden a forzados exponenciales. En la tabla  $\bar{\epsilon}$  es el valor medio de la disipación,  $\bar{\mathcal{P}}$  es el valor medio de la producción y  $\bar{\mathcal{K}}$  es el valor medio de la energía cinética turbulenta.

Caso	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\mathcal{P}}$	$\bar{\mathcal{K}}$
<b>Uniforme</b>	3.09	3.14	0.88
<b>1</b>	3.10	3.15	0.89
<b>2</b>	3.12	3.18	0.91
<b>3</b>	3.16	3.22	0.96
<b>4</b>	3.22	3.28	1.01
<b>5</b>	3.14	3.20	1.03
<b>6</b>	3.03	3.08	1.05
<b>7</b>	2.40	2.44	1.15
<b>8</b>	1.82	1.84	1.08
<b>9</b>	1.39	1.41	0.98
<b>10</b>	0.98	0.99	0.79

turbulento  $\mathcal{T}_T$ , el transporte viscoso  $\mathcal{T}_v$  y el transporte por presión  $\mathcal{T}_p$  para el de forzado uniforme y de forzado exponencial del caso 10. Cada conjunto de gráficos tiene la misma escala vertical y horizontal con el fin de poder apreciar diferencias en la contribución relativa de cada término.

En primer lugar vamos a discutir brevemente sobre la forma y el aporte de cada término en el caso de forzado uniforme.

El pico de producción ocurre para  $z^+ \approx 12$ . Alrededor de este pico, la producción excede a la disipación a razón  $\mathcal{P}/\epsilon \approx 1,8$  y este exceso de energía es transportado.

Analicemos los términos de transporte. Las regiones donde  $\mathcal{T}_i < 0$  se pueden interpretar como sumideros de TKE y las regiones con  $\mathcal{T}_i > 0$  como fuentes. Los términos de transporte se encargan de compensar los excesos y déficits de producción de energía cinética turbulenta al transportar la energía desde aquellas regiones donde hay exceso de producción de TKE hacia aquellas donde hay déficit.

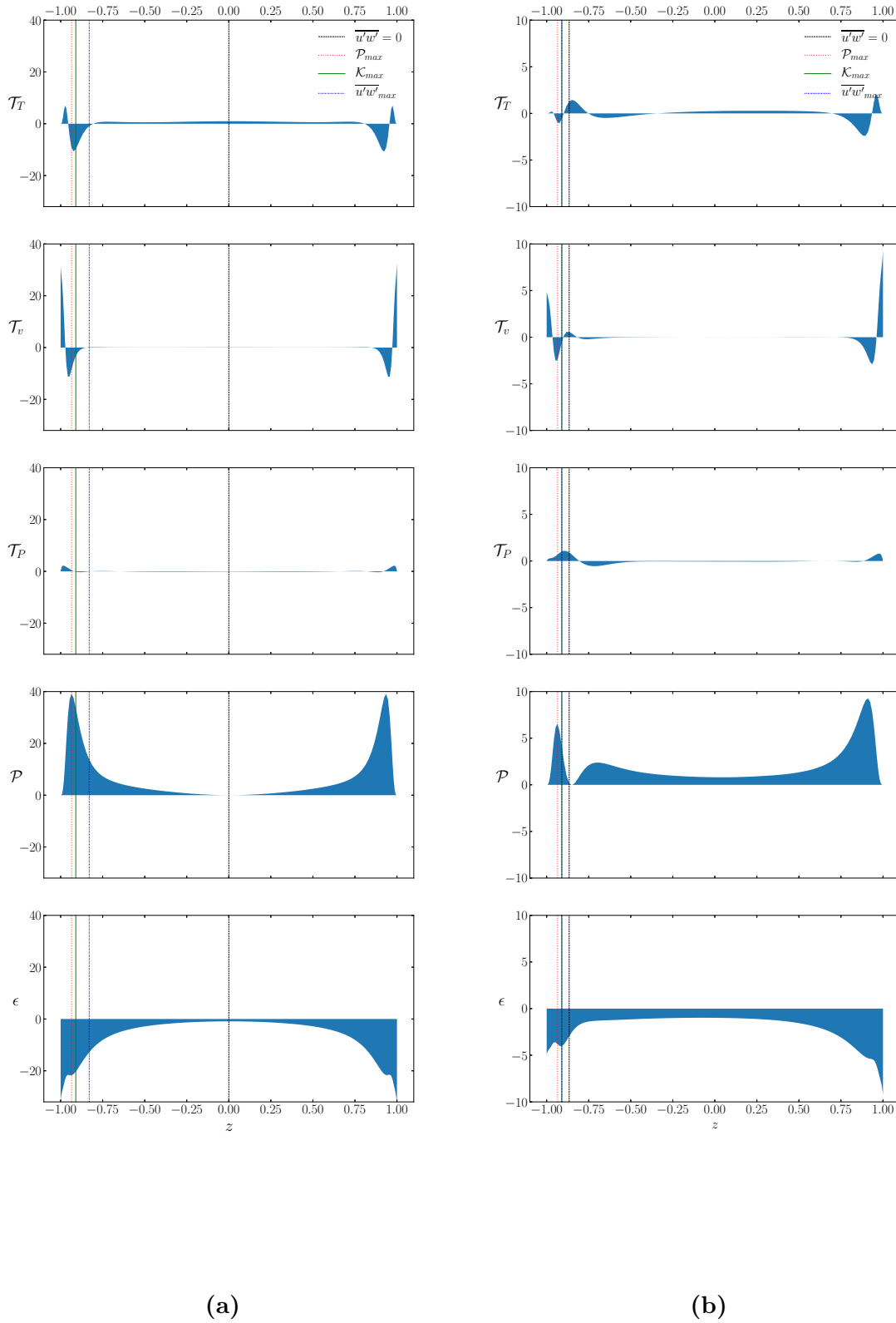
Se puede observar en la figura 4.15a que el transporte viscoso transporta energía desde una región cercana al pico de producción hacia la pared. Por otro lado, el transporte turbulento transporta parte de la energía hacia la pared y parte hacia el seno del fluido. Por último, el término de presión transporta desde el seno del fluido hacia las paredes, aunque se puede destacar que su contribución relativa respecto a los otros términos es muy baja.

Una vez descripto el caso de forzado uniforme podemos describir el caso de forzado exponencial 10. Podemos ver que en la región superior la forma funcional de cada uno de los términos se asemeja al caso de forzado uniforme. Sin embargo, en la región inferior se aprecian diferencias importantes.

Podemos observar que se presenta una zona donde la producción es cero pero la disipación es grande. Esto produce un faltante de producción que se compensa con la

aparición de una fuente en los términos de transporte. Esta fuente no se observa en el caso uniforme y cambia el sentido en la que se transporta la energía.

Observando el transporte turbulento vemos que hay muy poca TKE que se transporta hacia la pared y que la TKE se transporta desde el seno del líquido y desde el pico de producción hacia la zona del mínimo de producción. El transporte viscoso tiene un aspecto similar al caso de forzado uniforme, con la diferencia de que para el forzado uniforme el transporte era siempre en dirección hacia la pared y para el forzado exponencial hay una parte que se transporta hacia el mínimo de producción. El transporte por presión es más relevante en este caso que en el caso de forzado uniforme. Curiosamente, la actividad de este término es más importante en la pared inferior que en la pared superior, un comportamiento opuesto a lo observado para todos los otros términos.



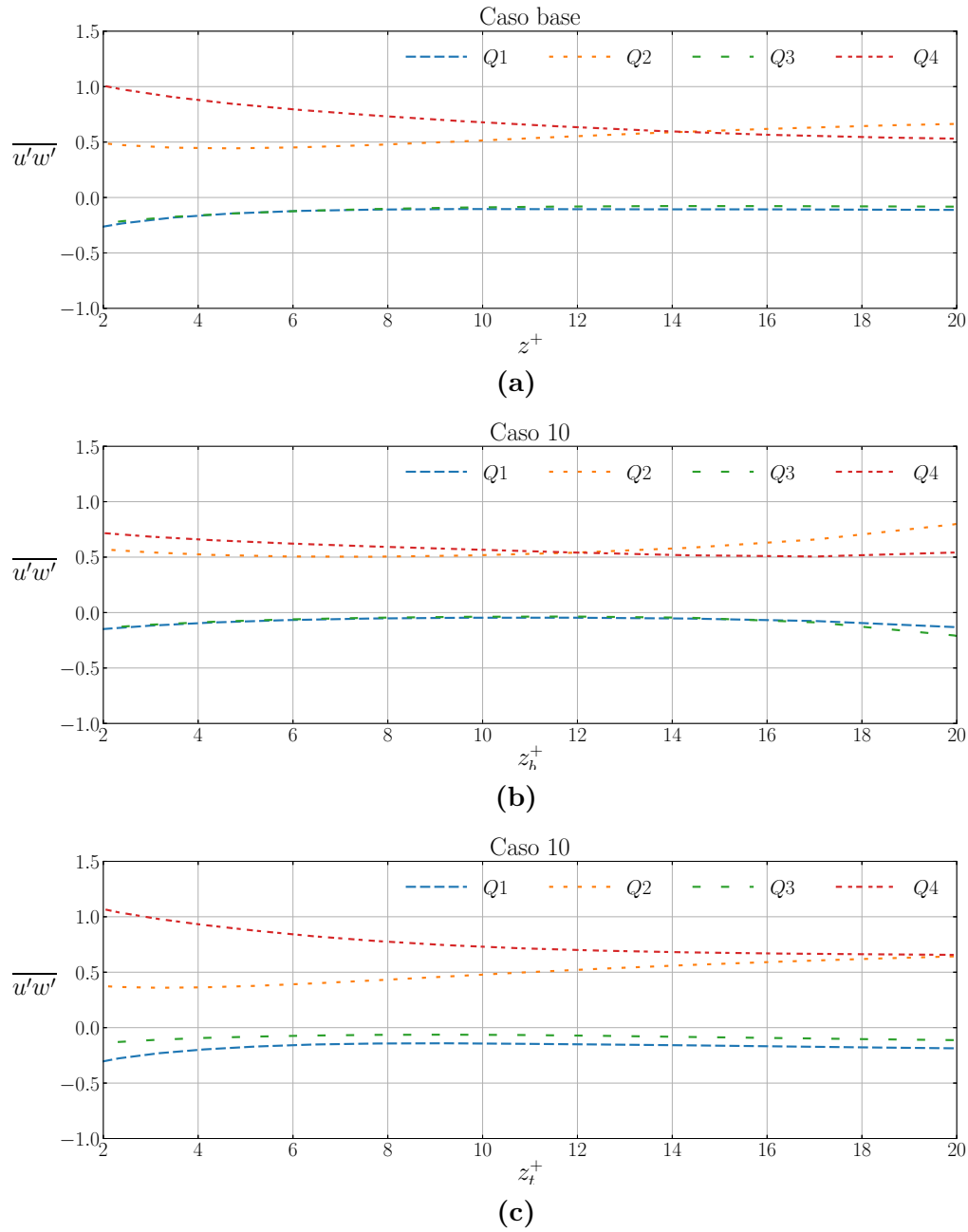
**Figura 4.15:** En sentido descendente, transporte turbulento, transporte viscoso, transporte de presión, producción y disipación en función de la altura del canal. (a) Caso uniforme. (b) Caso 10.

## 4.7. Eventos turbulentos

Definimos como evento turbulento al producto  $u'w'$  asociado a un punto del dominio. Estos eventos se pueden clasificar en función de los signos de  $u'$  y  $w'$  en los cuatro cuadrantes cartesianos. Si se toma un plano horizontal para una dada altura  $z$  se pueden clasificar los eventos observados según al cuadrante que pertenecen. La suma de todos los eventos turbulentos sobre un plano suficientemente grande es igual al esfuerzo de Reynolds medio asociado a dicha altura  $z$ . Para el cálculo de eventos turbulentos se toman cinco perfiles de velocidad instantánea. Esto nos permite disminuir la incerteza estadística. A cada nodo del perfil de velocidades se le puede asociar un evento turbulento. Los perfiles están equiespaciados en 60 unidades de tiempo adimensionales de manera de asegurar que no hay una correlación temporal entre los perfiles.

La contribución al esfuerzo de Reynolds medio de cada cuadrante como función de la posición vertical  $z$  se muestra en la figura 4.16. En ella se muestra el caso de forzado uniforme y el caso de forzado exponencial 10.

En el caso de forzado uniforme se tiene que cerca de la pared los eventos dominantes son los Q4 (sweeps), mientras que a partir de  $z_b^+ \approx 12$  (pico de producción) los eventos dominantes son los de Q2 (ejections). Esto mismo se observa para el caso de forzado exponencial, de la figura 4.16b. Se pueden observar diferencias cuantitativas. En el caso de forzado uniforme cerca de la pared  $z_b^+ \approx 2$  la contribución relativa  $Q^2/Q_4 \approx 2$ , mientras que en el caso de forzado exponencial  $Q^2/Q_4 \approx 1,25$ . Por otro lado la contribución relativa cerca de la pared superior es  $Q^2/Q_4 \approx 2,8$ , que es similar a la del flujo Couette turbulento reportado [16].

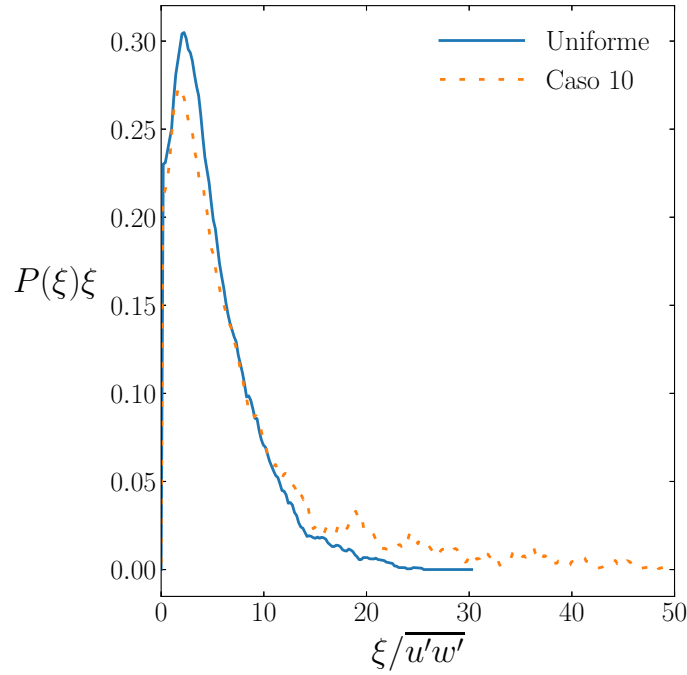


**Figura 4.16:** Contribución relativa de cada cuadrante sobre el esfuerzo de Reynolds medio sobre puntos de la dirección vertical en unidades de pared. (a) Forzado uniforme. (b) Caso 10, pared inferior. (c) Caso 10, pared superior.

Definiendo a  $\xi = u'v'$  como la magnitud de la contribución al esfuerzo de Reynolds de un evento y como  $\tilde{\xi} = \xi/\overline{u'w'}$  la contribución de un evento respecto al esfuerzos de Reynolds local. Para una dada posición vertical  $z_b^+$  podemos observar la densidad de probabilidad de eventos  $P(\tilde{\xi})$ .

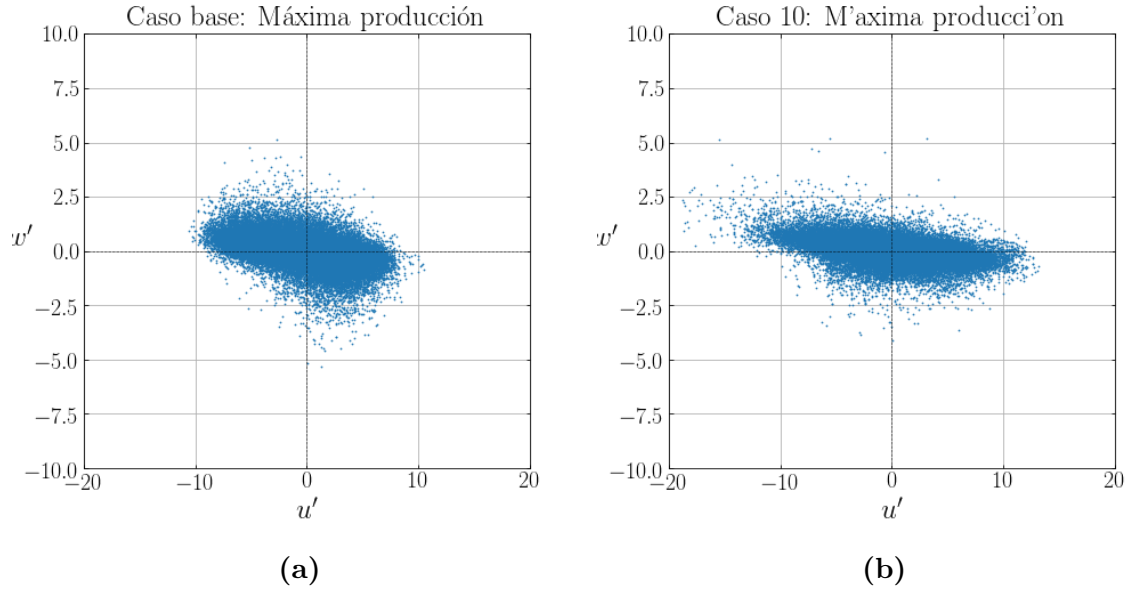
Resulta de interés obtener una densidad de probabilidad pesada con la importancia de cada evento al esfuerzos de Reynolds medio,  $\tilde{\xi}P(\tilde{\xi})$ . En la figura 4.17 se muestra esta densidad de probabilidad pesada para ambos casos. Es importante mencionar que  $P(\tilde{\xi})$  está definida de manera que la integral de  $\tilde{\xi}P(\tilde{\xi})$  esté normalizada a uno. Se observa

que la distribución de los eventos es muy similar en ambos casos aunque se pueden apreciar algunas diferencias leves. En primer lugar, el evento de mayor contribución es de menor magnitud en el caso de forzado exponencial,  $\tilde{\xi} \approx 1,75$  contra  $\tilde{\xi} \approx 2,23$  en el caso de forzado uniforme. En segundo lugar, en el caso de forzado exponencial se observan eventos que alcanzan valores de  $\tilde{\xi} \approx 50$ , mientras que en el forzado uniforme llegan hasta  $\tilde{\xi} \approx 30$ .



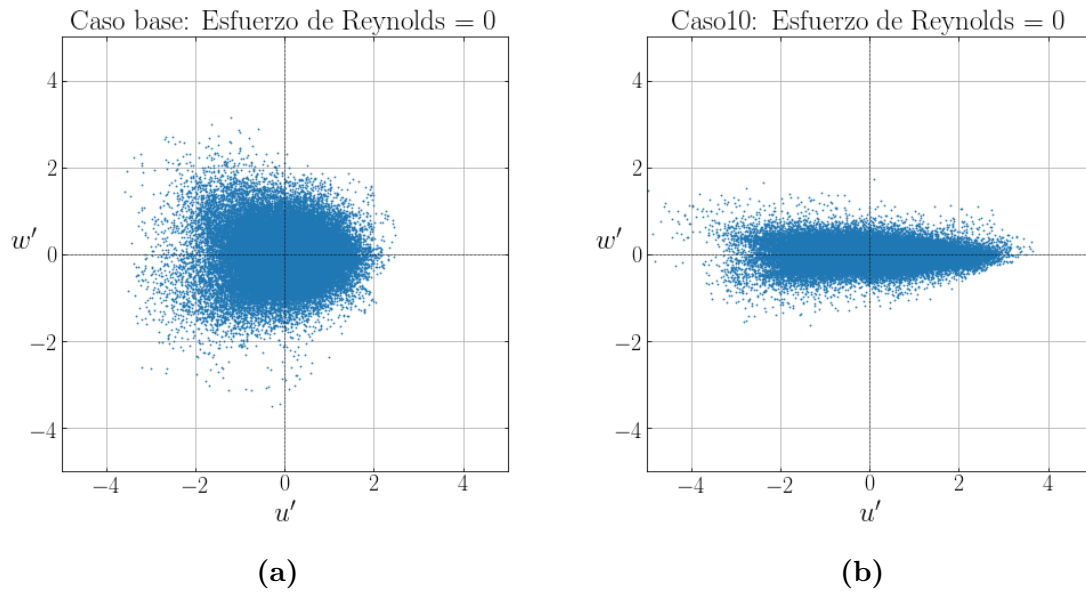
**Figura 4.17:** Función densidad de probabilidad de eventos turbulentos para forzado uniforme y el caso 10 pesada con la contribución relativa de cada evento.

Para ver estas diferencias con mayor detalle, en la figura 4.18 se muestra un diagrama de dispersión de  $u'$  y  $w'$  normalizado con  $\sqrt{u'w'}$  para el caso de forzado uniforme y de forzado exponencial. Observemos que si bien la distribución de los  $\tilde{\xi}$  es muy similar, cuando vemos las componentes  $u'$  y  $w'$  se muestran diferencias. Los eventos de forzado exponencial tiene menor contribución de los  $w'$  y mayor contribución de los  $u'$ . En segundo lugar podemos identificar que aquellos eventos de  $\tilde{\xi} \approx 50$  que solo se veían en el caso de forzado exponencial se deben a fluctuaciones muy grandes de  $\tilde{u}'$ . Los valores máximos de  $\tilde{u}'$  son de  $\tilde{u}' \approx 20$  para el caso de forzado exponencial y  $\tilde{u}' \approx 10$  para el caso de forzado uniforme.



**Figura 4.18:** Diagrama de dispersión de eventos turbulentos  $u'-w'$  para una altura de  $z^+ \approx 12$ . (a) Forzado uniforme. (b) Caso 10.

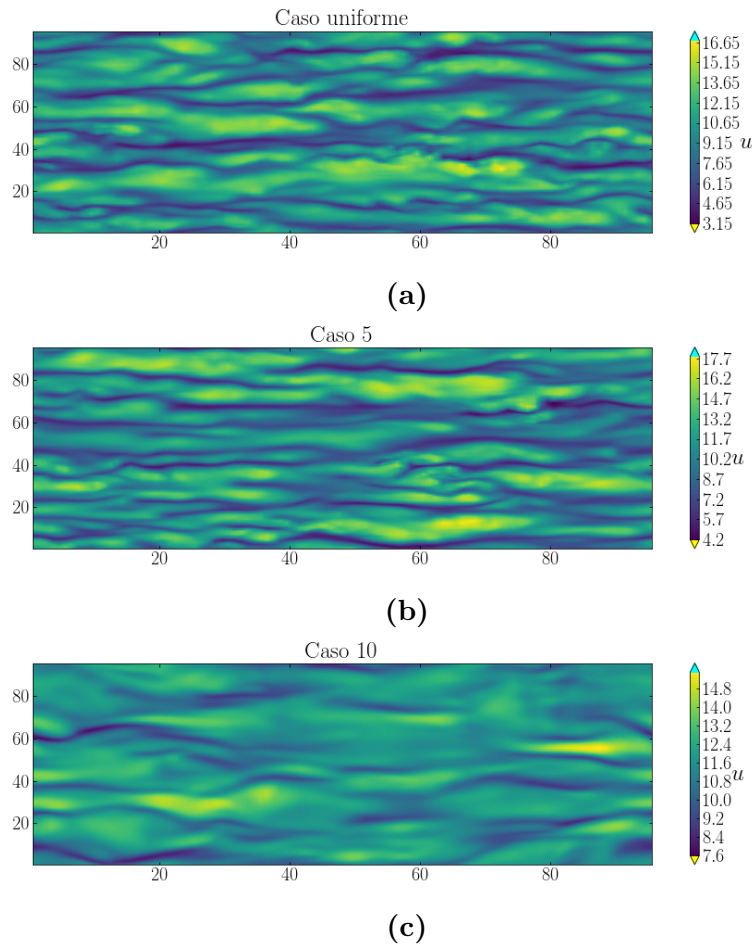
En la figura 4.19 se muestra el diagrama de dispersión para el caso de forzado exponencial y de forzado uniforme para  $z^+$  tal que el esfuerzos de Reynolds en ese punto sea cero. Dado que  $\overline{u'w'} = 0$ , no podemos normalizarlos como en el caso anterior. Si comparamos ambos diagramas se observa una clara asimetría en el caso de forzado exponencial, donde nuevamente los eventos turbulentos están compuestos principalmente por la perturbación  $u'$ , perdiendo la simetría observada en el caso de forzado uniforme.



**Figura 4.19:** Diagrama de dispersión de eventos turbulentos  $u'-w'$  para una altura tal que  $\overline{u'w'} = 0$ . (a) Forzado uniforme. (b) Caso 10.

## 4.8. Estructuras turbulentas

En la figura 4.20 se muestra la componente longitudinal  $u$  del campo de velocidades instantáneo sobre un plano ubicado en  $z^+ \approx 12$ , para el caso de forzado uniforme (figura 4.20a), el caso 5 (figura 4.20b) y el caso 10 (figura 4.20c). En el forzado uniforme y el caso 5 se observan estructuras similares. Se identifican filetes de baja velocidad (regiones color azul oscuro) y regiones de alta velocidad de fluctuación (amarillo). Los filetes de baja velocidad tienen una forma alargada, con poca curvatura, delgada y están distribuidos de manera aproximadamente uniforme. Estos filetes de baja velocidad son indicativos de estructuras coherentes tipo vórtices de herradura [18]. Por otro lado, para el caso 10 (figura 4.20c) se observan filetes de baja velocidad con características diferentes, los cuales tienen una forma más curva, son más cortos y su densidad es menor. Si comparamos cuantitativamente las regiones de baja velocidad vemos que la velocidad de los filetes de baja velocidad es de aproximadamente 4 y 5 para los forzados uniforme y el forzado caso 5, mientras que la velocidad de los filetes de baja velocidad es de aproximadamente 8 para el forzado del caso 10.



**Figura 4.20:** Componente en dirección de la corriente del campo de velocidades instantáneo para un plano ubicado a una altura  $z^+ \approx 12$ . (a) Forzado uniforme. (b) Caso 5. (c) Caso 10.



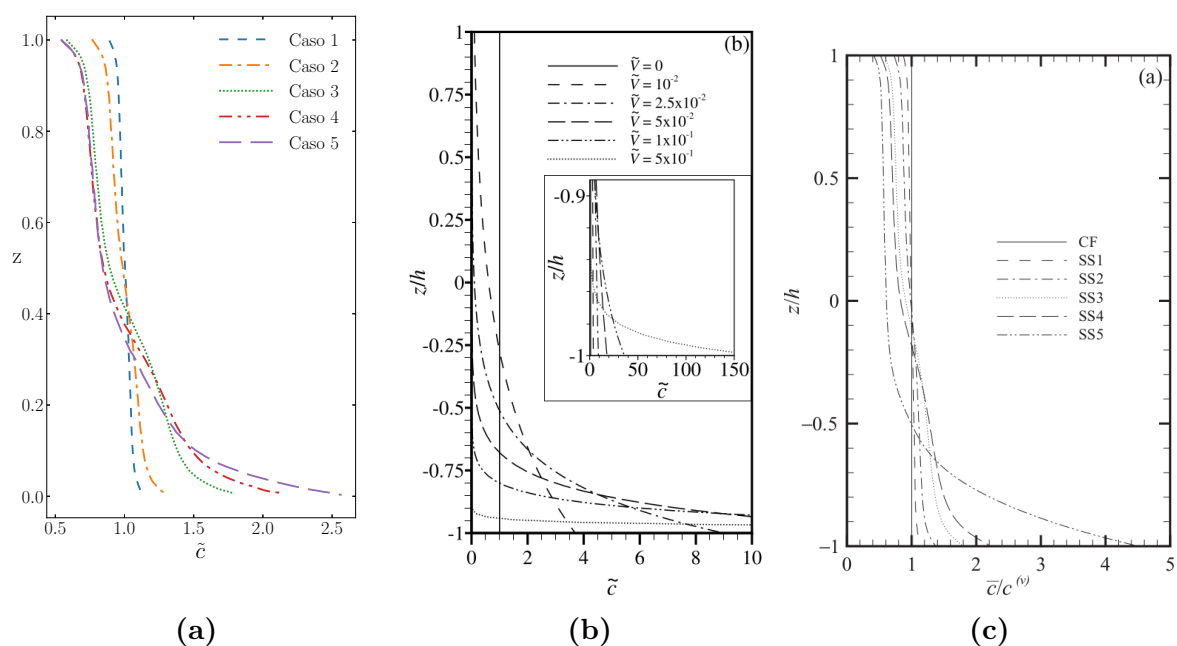
## 4.9. Discusión de resultados y comparación con otros trabajos

A lo largo de este capítulo se analizan diferentes variables que caracterizan a los flujos turbulentos al variar la forma de la fuerza impulsora, donde a partir de un forzado uniforme se estudian forzados cada vez más estratificados, (desde el caso 1 hasta el caso 10).

El análisis de resultados agrupa por un lado los forzados lineales y por otro los forzados exponenciales. Dicha clasificación se justifica al ver que en la mayoría de los resultados cada uno de los grupos sigue tendencias similares.

En esta sección se busca comparar los resultados de este trabajo con los presentados en los trabajos de Cantero et al. [4] y Cantero et al. [5] y, de esta manera, discutir sobre la influencia de los efectos microscópicos y macroscópicos sobre las características y propiedades del flujo. Los casos simulados en [5] incluyen solo efectos de estratificación microscópicos, mientras que los casos simulados en [4] incluyen efectos de estratificación microscópicos y macroscópicos. Cabe comentar que en este trabajo solo se considera los efectos macroscópicos.

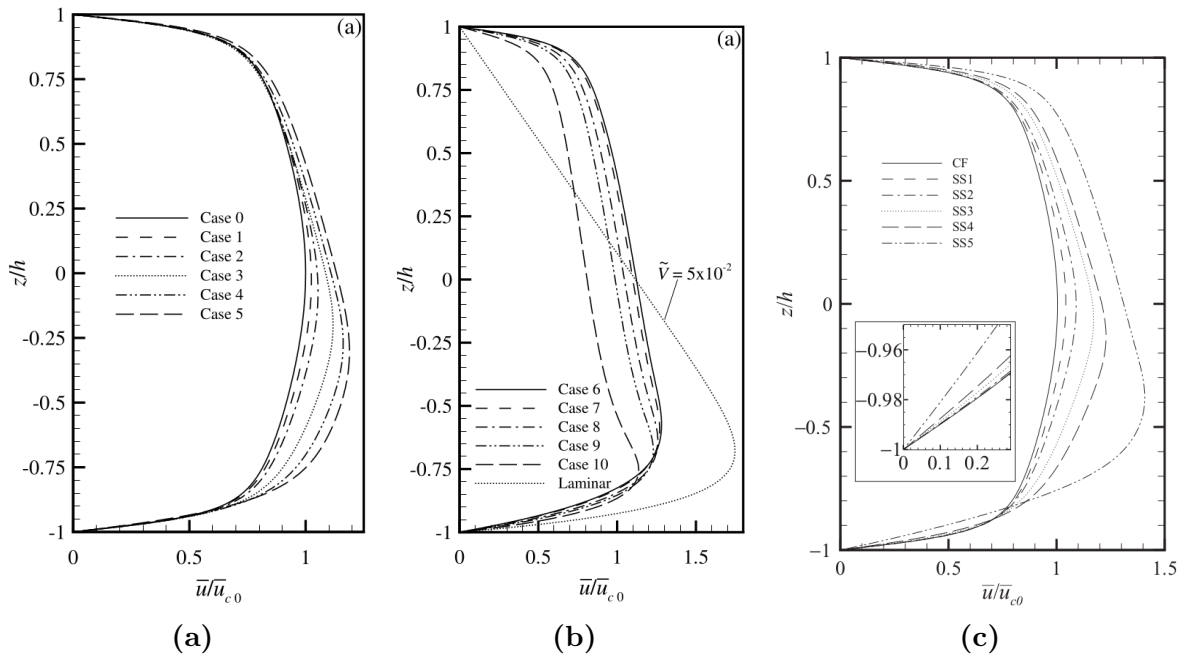
En la figura 4.21 se muestran los perfiles de concentración utilizados en [4] y [5]. Es importante aclarar que en estos trabajos, el flujo es forzado por el efecto de la aceleración de la gravedad sobre la densidad.



**Figura 4.21:** Perfiles de concentración de sedimentos. (a) Casos 1 a 5 [4] (b) Casos 6 a 10 [4]. (c) SS1 a SS5 [5].

Si bien los perfiles de forzado utilizados en este trabajo no son idénticos a los perfiles de densidad utilizados en [4] y [5], podemos hacer una clasificación similar en ellos. Vamos a agrupar los distintos casos bajo la denominación de *baja estratificación* y *alta estratificación*. En el grupo de baja estratificación podemos considerar a los forzados lineales de nuestro trabajo, los casos 1 a 5 de [4] y los casos SS1 hasta SS4 para [5]. Luego, el grupo de alta estratificación lo componen los forzados exponenciales de nuestro trabajo, los casos 6 a 10 de [4] y el caso SS5 de [5]. Resulta conveniente destacar que los perfiles de densidad de los casos 1, 2, 3 y 4 de [4] se corresponden idénticamente con los casos SS1, SS2, SS4 y SS5 de [5] respectivamente.

En primer lugar podemos analizar la velocidad media. En la figura 4.22 se muestran los perfiles de velocidad media para [4] y [5]. Se observan similitudes en la forma de los perfiles de velocidad para los casos de baja estratificación de [4] y [5] (figura 4.22a y 4.22c). En estos casos, tanto la velocidad máxima como la media aumentan. Por otro lado, si comparamos los casos de alta estratificación se observan comportamientos opuestos. En [5] la velocidad máxima y media aumenta (figura 4.22c CSS5) mientras que en [4] disminuyen (figura 4.22b). El comportamiento de los casos de alta estratificación de [4] es similar a lo observado en este trabajo (ver figura 4.3b ).



**Figura 4.22:** Perfil de velocidad media. (a) Casos 0 a 5 [4] (b) Casos 6 a 10 [4]. (c) SS1 a SS5 [5].

En la tabla 4.3 se muestran los valores de  $C_f$  y de la pendiente de la región logarítmica  $A$  (ver ecuación 4.7 ) para [4] y [5] en los 4 casos donde el perfil de densidad es el mismo.

**Tabla 4.3:** Casos simulados en los trabajos [4] y [5]. Se muestran los 4 casos en los cuales el perfil de densidad es el mismo para ambos trabajos. En la tabla se muestra el valor del coeficiente de fricción  $C_f$  y la pendiente de la región logarítmica  $A$  (ver ecuación 4.7). No se muestra el valor de  $A$  para SS1, SS2 y SS5 dado que no fueron reportados en [5].

	$C_f$ [5]	$C_f$ [4]	$A$ [5]	$A$ [4]
SS1 (caso 1)	7.79E-03	8.21E-03	-	2.86
SS2 (caso 2)	7.35E-03	7.93E-03	-	3.13
SS4 (caso 3)	6.20E-03	7.38E-03	4.76	3.70
SS5 (caso 4)	5.04E-03	6.90E-03	-	4.17

En primer lugar, se observó en [4] y [5] que el coeficiente de fricción  $C_f$  disminuye levemente, entre el caso 1 y 4, es decir, para los casos de baja estratificación. Este comportamiento es opuesto a lo observado en nuestro trabajo, donde en la tabla 4.1 vemos que  $C_f$  aumenta al aumentar la estratificación del forzado. Si comparamos los valores de  $C_f$  correspondientes a [4] y [5] para cada uno de los perfiles de densidad de los casos de baja estratificación (tabla 4.3), vemos que [4] tiene valores mayores. Es decir, incluir los dos efectos de la estratificación [4] produce una menor disminución en  $C_f$  que si tenemos en cuenta solo los efectos de estratificación microscópicos [5].

De manera análoga podemos ver como se comporta la pendiente de la zona logarítmica en la pared inferior al aumentar la estratificación para los casos de baja estratificación. En [4] y [5] la pendiente aumenta (tabla 4.3). Incluir solo el efecto de estratificación microscópico [5] produce mayores aumentos en la pendiente de la ley logarítmica que incluir ambos [4], mientras que incluir solo el efecto de estratificación macroscópico produce una disminución de la pendiente (ver figura 4.5a).

La comparación anterior nos permite decir que para estos dos parámetros,  $u_{\tau,b}$  y  $C_f$  el efecto microscópico y macroscópico tienen efectos opuestos y que incluir los dos efectos produce una competencia entre estos dos comportamientos.

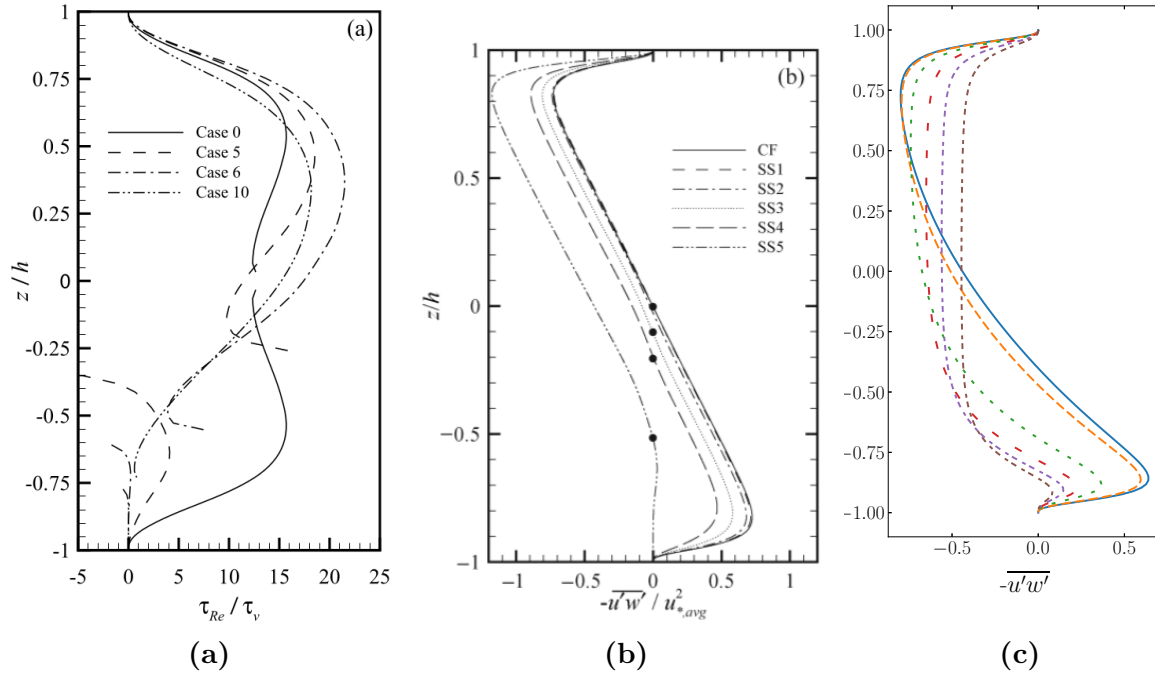
Podemos ampliar estos resultados si hacemos un análisis cualitativo de la tabla 4.4, que muestra todos los valores disponibles de  $C_f$  y  $u_{\tau,b}$  de [4] y [5].

**Tabla 4.4:** Casos simulados en los trabajos [4] y [5]. Se muestran todos los valores reportados en dichos trabajos del coeficiente de fricción  $C_f$  y de la velocidad de corte en la pared inferior  $u_{\tau,b}$ .

Caso [4]	$C_f$ [4]	$u_{\tau,b}$ [4]	Caso [5]	$C_f$ [5]	$u_{\tau,b}$ [5]
1	8.21E-03	1	SS1	7.79E-03	1
2	7.93E-03	1.01	SS2	7.35E-03	0.99
3	7.38E-03	1.01	SS3	6.85E-03	0.95
4	6.90E-03	0.99	SS4	6.20E-03	0.95
5	6.55E-03	0.95	SS5	5.04E-03	0.73
6	6.15E-03	0.94		-	-
7	6.31E-03	0.96		-	-
8	6.76E-03	1.02		-	-
9	7.38E-03	1.07		-	-
10	1.02E-02	1.19		-	-

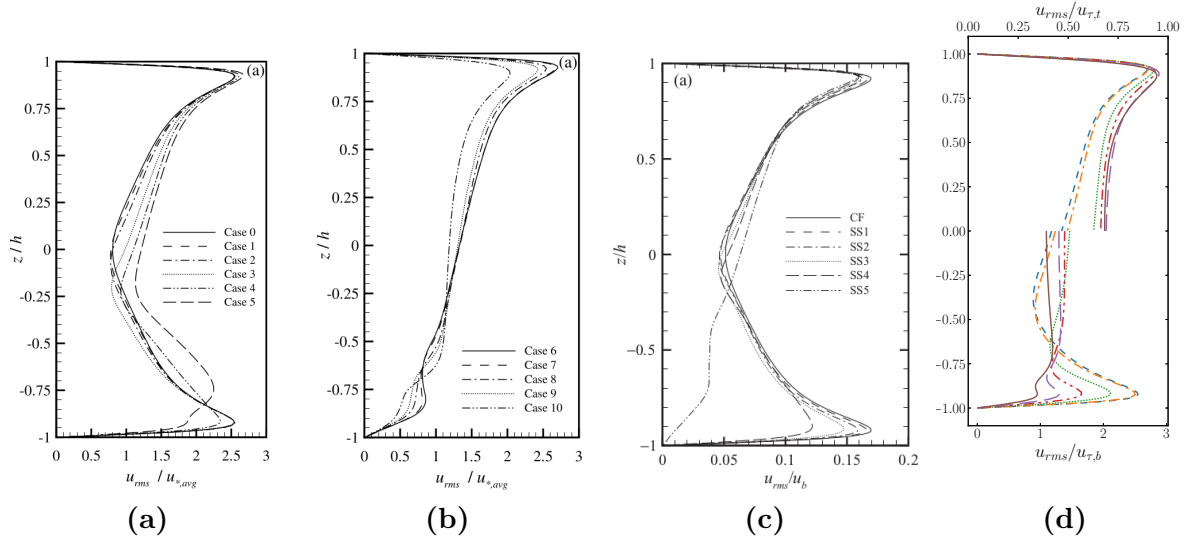
En [5] se observan comportamientos monótonos en la disminución de  $C_f$  y  $u_{\tau,b}$  con el aumento de la estratificación. En cambio, en nuestro trabajo se observan comportamientos monótonos en el aumento de  $C_f$  y  $u_{\tau,b}$  (ver tabla 4.1) con el aumento de la estratificación. En [4], que incluyen ambos efectos de estratificación, se observa una transición en ambos términos. El valor de  $C_f$  disminuye para los casos menos estratificados y aumenta a partir del caso 7 en adelante. El valor de  $u_{\tau,b}$  se mantiene aproximadamente constante en los primeros casos, luego disminuye hasta el caso 6 y aumenta a partir del caso 7. Podemos observar a partir de estos valores que para baja estratificación se obtienen tendencias similares a [5] mientras que para alta estratificación se observan tendencias similares a las de este trabajo. Es por ello que en el caso de tener en cuenta los efectos de estratificación microscópicos y macroscópicos, los primeros dominan para perfiles de densidad de baja estratificación y los segundos dominan en perfiles de densidad de alta estratificación.

En el trabajo [4] se introdujo el concepto de supresión de la turbulencia. Esto significa que para estratificación suficientemente grande se produce una zona contigua a la pared inferior en la cual los esfuerzos de Reynolds son prácticamente nulos, por lo que la turbulencia se ve disminuida. En la figura 4.23 se muestran los esfuerzos de Reynolds para los casos de alta estratificación del presente trabajo (figura 4.23c), para [5] (figura 4.23b) y el cociente entre los esfuerzos de Reynolds y los esfuerzos viscosos para [4] (figura 4.23a). En esta figura se observa que la supresión de la turbulencia no ocurre en nuestro trabajo pero si en [4] y [5], por lo que se puede concluir que es una consecuencia específica de los efectos de estratificación microscópicos.



**Figura 4.23:** (a) Cociente entre los esfuerzos de Reynolds y los esfuerzos viscosos para [4] (b) Esfuerzos de Reynolds para [4]. (c) Esfuerzos de Reynolds para los forzados exponenciales del presente trabajo. Las referencias de las líneas se pueden ver en la figura 4.7b

En la figura 4.24 se muestra la distribución de  $u_{rms}$  para los trabajos [4], [5] y el presente trabajo. Es importante destacar que los gráficos están normalizados con variables distintas, las figuras 4.24a y 4.24b correspondientes a [4] están normalizadas con  $u_{\tau,avg}$  mientras que la figura 4.24c correspondiente a [5] está normalizada con la velocidad media  $u_{bulk}$ . La figura 4.24d correspondiente al presente trabajo está normalizada con  $u_{\tau,b}$ . Es por esto que las comparaciones que se hacen son solo cualitativas. En las figuras 4.24a y 4.24c se observan perfiles similares entre [4] y [5]. En particular se observa que la ubicación del máximo relativo cercano a la pared inferior se mantiene. Sin embargo, para los casos SS5 (figura 4.24c) y a partir del caso 8 (figura 4.24b) el máximo desaparece. Este comportamiento no se observa en los casos más estratificados de nuestro trabajo (ver figura 4.24d), donde el máximo siempre se presenta en la misma ubicación a pesar de disminuir en magnitud.



**Figura 4.24:** Distribución de  $u_{rms}$  para los casos de alta estratificación. (a) Casos 1 a 5 [4] (b) Casos 6 a 10 [4]. (c) SS1 a SS5. [5]. (d) Casos 5 a 10, efectos macroscópicos. Las referencias de las líneas se pueden ver en la figura 4.10a.

El comportamiento de los valores *rms* observados en la figura 4.24 es debido a la producción de TKE. En nuestro trabajo el pico de producción se mantiene para los casos de alta estratificación (ver figura 4.13b). Sin embargo, en [4] y [5] la producción es cero en esa zona debido a que los esfuerzos de Reynolds se anulan por los efectos de estratificación microscópicos. En estos trabajos la TKE proviene de la región superior donde hay producción y se transfiere mediante los términos de transporte, por lo que es monótonamente decreciente en la región inferior dado que tiene un comportamiento difusivo.

Los resultados de la figura 4.24 nos permiten ver que el efecto microscópico de supresión de turbulencia tiene una influencia predominante sobre las intensidades turbulentas para los casos de alta estratificación. Por otro lado, los efectos sobre  $u_{\tau,b}$  y  $C_f$  en los casos de alta estratificación se deben principalmente a los efectos de estratificación macroscópicos.

# Capítulo 5

## Conclusiones

En este trabajo se estudiaron las características de flujos turbulentos cuando son forzados asimétricamente. Estos flujos son de gran relevancia en problemas de ingeniería, sobre todo cuando existen efectos de estratificación.

Con el objetivo principal de analizar aisladamente el efecto de estratificación macroscópico (fuerza impulsora), inhibiendo por completo el efecto de estratificación microscópico (mezclado turbulento), se implementaron modelos no uniformes para la fuerza impulsora. Las simulaciones se realizaron a partir de simulaciones directas de turbulencia (DNS).

Como casos de estudio se utilizaron cuatro forzados lineales y seis forzados exponenciales. Se analizaron las velocidades medias, los esfuerzos de corte, las intensidades turbulentas, el balance de TKE y los eventos turbulentos.

En cuanto a las velocidades medias, se observó que a medida que aumenta la estratificación de la fuerza impulsora, el máximo valor de velocidad media ocurre en puntos cada vez más cercanos a la pared inferior, mientras que el valor medio  $u_b$  disminuye. La disminución de  $u_b$  es leve para los forzados lineales pero muy significativa para los forzados exponenciales.

Utilizando escalas de velocidad locales se observó que la ley de pared se verifica para todos los casos. En los forzados lineales la zona logarítmica de la pared inferior se identifica con leves modificaciones en la pendiente. Se observó que la pendiente disminuye a medida que la estratificación es más fuerte. Por otro lado, en los forzados exponenciales la zona logarítmica solo se identifica para los casos 5 y 6, que mantienen la tendencia de disminuir la pendiente cuando la estratificación es más fuerte.

Se calculó y verificó que la forma funcional de los esfuerzos de corte totales dependen estrictamente de la integral del forzado externo. Los esfuerzos viscosos no presentan modificaciones cuantitativamente apreciables. Se mostró que la combinación de los dos efectos anteriores explica cuantitativamente las modificaciones en el esfuerzo de Reynolds. En la pared inferior, el valor máximo de los esfuerzos de Reynolds disminuye

y su ubicación se acerca a la pared cuando la estratificación es más fuerte. En la pared superior se produce el efecto opuesto, donde el valor máximo de los esfuerzos de Reynolds aumenta y su ubicación está cada vez más alejada de la pared superior.

En cuanto a las intensidades turbulentas,  $u_{rms}$ ,  $v_{rms}$ ,  $w_{rms}$  y  $\mathcal{K}$  se observó una disminución en la zona cercana a la pared inferior y un aumento en la zona cercana a la pared superior para todos los casos. Esto se corresponde con las variaciones en los esfuerzos de Reynolds. Se observó que en los forzados lineales, hay mayor influencia de la estratificación sobre la variación de  $v_{rms}$  y  $w_{rms}$  que sobre  $u_{rms}$ , mientras que en los forzados exponenciales se observa una mayor influencia de la estratificación sobre la variación de  $u_{rms}$  que sobre  $v_{rms}$  y  $w_{rms}$ .

A diferencia de las magnitudes anteriores, la producción y disipación de TKE muestran comportamientos distintos entre los forzados lineales y los forzados exponenciales. Cuantitativamente, la producción aumenta en la pared superior y disminuye en la pared inferior para los forzados lineales, mientras que la producción disminuye tanto cerca de la pared superior como de la inferior para los forzados exponenciales. El mismo comportamiento cuantitativo se observa para la disipación. En los forzados lineales, las variaciones se corresponden con las variaciones en los esfuerzos de Reynolds, dado que la velocidad media tiene poca variación. Por otro lado, en los forzados exponenciales se observa, en competencia con las variaciones de los esfuerzos de Reynolds, una fuerte disminución de la velocidad media, que produce una disminución de la producción y disipación tanto en la zona superior como en la zona inferior.

Cualitativamente se observa que la existencia y ubicación de los picos de producción, de  $u_{rms}$  y de disipación no se modifican en ningún caso, a pesar de verse atenuados para los casos donde la estratificación es más fuerte. El mínimo de la producción de TKE se mueve en dirección hacia la pared inferior. Dado que la disipación de TKE tiene un valor aproximadamente constante lejos de las paredes, para los casos con forzado más estratificado se produce un exceso de producción de TKE. Esto justifica la existencia de una fuente en el transporte de TKE que modifica el sentido de transferencia de TKE de los términos de transporte.

Para complementar la descripción del flujo para grandes estratificaciones se compararon los eventos turbulentos del caso con forzado más estratificado (caso 10) con el forzado uniforme sobre un plano ubicado en la zona donde se produce el pico de producción. Se observó que el evento que produce la mayor contribución al esfuerzo de Reynolds medio sobre ese plano es levemente menor en el caso exponencial. Por otro lado, en el caso de forzado exponencial se observaron eventos con una magnitud de hasta  $\tilde{\xi} \approx 50$  mientras que para el forzado uniforme solo alcanzan  $\tilde{\xi} \approx 30$ . Se observó en un diagrama de dispersión que los eventos de mayor magnitud del forzado exponencial se deben principalmente a valores muy grandes de la componente  $\tilde{u}'$ . Con un diagrama de dispersión para un plano ubicado donde el esfuerzo de Reynolds se anula



se observó nuevamente un diagrama más asimétrico para el forzado exponencial, con predominancia de las perturbaciones  $\tilde{u}'$  respecto a  $\tilde{w}'$ .

Por último, se compararon los resultados de este trabajo, que estudia de forma aislada los efectos macroscópicos de la turbulencia, con los trabajos presentados por Cantero et al. [4] que estudia los efectos de estratificación macroscópicos y microscópicos su conjunto y con el trabajo presentado por Cantero et al. [5] que estudia de forma aislada los efectos microscópicos. Se clasificaron los casos de estudio en forzados de baja estratificación y forzados de alta estratificación.

Se observó que los efectos de estratificación microscópicos producen un aumento de las velocidades medias mientras que los efectos de estratificación macroscópicos producen una disminución. El caso que incluye ambos efectos [4] muestra una competencia entre ambos comportamientos. Para perfiles de baja estratificación, los efectos microscópicos dominan y por lo tanto [4] muestra un aumento de las velocidades medias. Por otro lado, para perfiles de alta estratificación, los efectos macroscópicos dominan y por lo tanto [4] muestra una disminución de las velocidades medias. El mismo comportamiento de predominancia de efectos microscópicos para baja estratificación y de efectos macroscópicos para alta estratificación se observa para  $C_f$ ,  $u_{\tau,b}$  y  $A$ . El análisis por separado de los efectos macroscópicos y microscópicos explica los cambios en el sentido de las variaciones observadas en [4].

Al comparar los esfuerzos de Reynolds de los tres trabajos se observó que en el presente trabajo no se produce el efecto de supresión de turbulencia, es decir, no se produce una región donde los esfuerzos de Reynolds son aproximadamente cero. Esto permite concluir que es una característica de los efectos microscópicos para forzados de alta estratificación y no del forzado asimétrico. Una consecuencia de este comportamiento se ve reflejada al ver que en los casos de alta estratificación de [4] y [5] desaparece el valor máximo de  $u_{rms}$  mientras que en el presente trabajo el pico se mantiene para todos los casos. Esto permite concluir que los efectos microscópicos son predominantes en la forma de las intensidades turbulentas para los forzados de alta estratificación.

# Apéndice A

## A.1. Propiedades del valor medio

Sea  $a(x, t) = \bar{a}(x) + a'(x, t)$  y  $\alpha$  un número real donde

$$\bar{a} = \int_0^\infty a(x, t) dt, \quad (\text{A.1})$$

$$a' = a - \bar{a}, \quad (\text{A.2})$$

entonces se verifica que:

$$\overline{a + b} = \bar{a} + \bar{b}, \quad (\text{A.3})$$

$$\overline{\bar{a}} = \bar{a}, \quad (\text{A.4})$$

$$\overline{\alpha} = \alpha, \quad (\text{A.5})$$

$$\overline{a'} = 0, \quad (\text{A.6})$$

$$\overline{\frac{\partial a}{\partial t}} = \frac{\partial(\bar{a})}{\partial t}, \quad (\text{A.7})$$

$$\overline{\frac{\partial a}{\partial x_i}} = \frac{\partial(\bar{a})}{\partial x_i}, \quad (\text{A.8})$$

$$\overline{ab} = \bar{a}\bar{b}, \quad (\text{A.9})$$

$$\overline{ab} = \overline{a}b + \overline{a'b'}. \quad (\text{A.10})$$

## A.2. Cálculos post-procesamiento

Las variables adimensionalizadas de interés para nuestro problema en función de las magnitudes perturbadas son:

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}), \quad (\text{A.11})$$

$$\mathcal{P} = -\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \epsilon = & \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2} \\ & + \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial z}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2} \\ & + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2} + \frac{\partial^2 \overline{w'^2}}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\mathcal{T}_T = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'^2 w'} + \overline{v'^2 w'} + \overline{w'^3}), \quad (\text{A.14})$$

$$\mathcal{T}_v = \frac{\partial}{\partial z} (\mathcal{K} + \overline{w'^2}), \quad (\text{A.15})$$

$$\mathcal{T}_P = \frac{\partial \overline{p'w'}}{\partial z}, \quad (\text{A.16})$$

$$u_b = \int_{-1}^1 \bar{u} dz, \quad (\text{A.17})$$

$$C_f = \frac{2}{u_b^2}, \quad (\text{A.18})$$

$$u_{\tau,b} = \sqrt{\frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \Big|_{z=-1}}, \quad (\text{A.19})$$

$$u_{\tau,t} = \sqrt{-\frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \Big|_{z=1}}, \quad (\text{A.20})$$

$$u_{rms} = \sqrt{\overline{u'^2}}, \quad (\text{A.21})$$

$$v_{rms} = \sqrt{v'^2}, \quad (\text{A.22})$$

$$w_{rms} = \sqrt{w'^2}, \quad (\text{A.23})$$

$$\tau_{vis} = \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad (\text{A.24})$$

$$-\overline{u'w'} = -(\overline{uw} - \bar{u} * \bar{w}). \quad (\text{A.25})$$

Las magnitudes perturbadas de interés en función de los valores medios obtenidos en el procesamiento son:

$$\begin{aligned} \overline{u'^2} &= \overline{(u - \bar{u})^2}, \\ &= \overline{u^2 - 2u\bar{u} + \bar{u}^2}, \\ &= \overline{u^2} - 2\bar{u}\bar{u} + \bar{u}^2, \\ &= \overline{u^2} - \bar{u}^2, \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned} \overline{v'^2} &= \overline{(v - \bar{v})^2}, \\ &= \overline{v^2 - 2v\bar{v} + \bar{v}^2}, \\ &= \overline{v^2} - 2\bar{v}\bar{v} + \bar{v}^2, \\ &= \overline{v^2} - \bar{v}^2, \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$\begin{aligned} \overline{w'^2} &= \overline{(w - \bar{w})^2}, \\ &= \overline{w^2 - 2w\bar{w} + \bar{w}^2}, \\ &= \overline{w^2} - 2\bar{w}\bar{w} + \bar{w}^2, \\ &= \overline{w^2} - \bar{w}^2. \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} \overline{w'^3} &= \overline{(w - \bar{w})^3}, \\ &= \overline{w^3 - 3w^2\bar{w} + 3w\bar{w}^2 - \bar{w}^3}, \\ &= \bar{w}^3 - 3\overline{w^2}\bar{w} + 2\bar{w}^3, \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned}
\overline{u'^2 w'} &= \overline{(u - \bar{u})^2 (w - \bar{w})}, \\
&= \overline{(u^2 - 2u\bar{u} + \bar{u}^2)(w - \bar{w})}, \\
&= u^2 w - 2\overline{u w \bar{u}} - \bar{u}^2 \bar{w} + 2\bar{u}^2 \bar{w},
\end{aligned} \tag{A.30}$$

$$\begin{aligned}
\overline{v'^2 w'} &= \overline{(v - \bar{v})^2 (w - \bar{w})}, \\
&= \overline{(v^2 - 2v\bar{v} + \bar{v}^2)(w - \bar{w})}, \\
&= v^2 w - 2\overline{v w \bar{v}} - \bar{v}^2 \bar{w} + 2\bar{v}^2 \bar{w},
\end{aligned} \tag{A.31}$$

$$\overline{(\partial u' / \partial x)^2} = \overline{(\partial u / \partial x)^2} - (\overline{\partial u / \partial x})^2, \tag{A.32}$$

$$\overline{(\partial u' / \partial y)^2} = \overline{(\partial u / \partial y)^2} - (\overline{\partial u / \partial y})^2, \tag{A.33}$$

$$\overline{(\partial u' / \partial z)^2} = \overline{(\partial u / \partial z)^2} - (\overline{\partial u / \partial z})^2, \tag{A.34}$$

$$\overline{(\partial v' / \partial x)^2} = \overline{(\partial v / \partial x)^2} - (\overline{\partial v / \partial x})^2, \tag{A.35}$$

$$\overline{(\partial v' / \partial y)^2} = \overline{(\partial v / \partial y)^2} - (\overline{\partial v / \partial y})^2, \tag{A.36}$$

$$\overline{(\partial v' / \partial z)^2} = \overline{(\partial v / \partial z)^2} - (\overline{\partial v / \partial z})^2, \tag{A.37}$$

$$\overline{(\partial w' / \partial x)^2} = \overline{(\partial w / \partial x)^2} - (\overline{\partial w / \partial x})^2, \tag{A.38}$$

$$\overline{(\partial w' / \partial y)^2} = \overline{(\partial w / \partial y)^2} - (\overline{\partial w / \partial y})^2, \tag{A.39}$$

$$\overline{(\partial w' / \partial z)^2} = \overline{(\partial w / \partial z)^2} - (\overline{\partial w / \partial z})^2. \tag{A.40}$$

# Bibliografía

- [1] Schlumberger. Typical oil reservoir, 2012. URL <http://www.geomore.com/sedimentary-rocks/sedimentary-rocks-typical-oil-reservoir2/>. 2
- [2] H., G. M. Turbidity currents. *Encyclopedia of Earth System Science*, 1992. 2
- [3] Sequeiros, O. E. Bedload transport, self acceleration, downstream sorting, and flow dynamics of turbidity currents. *Tesis Doctoral, University of Illinois, Urbana-Champaign*, 2008. 3
- [4] Cantero, M. I., Balachandar, S., Parker, G. Turbidity current with a roof: Direct numerical simulation of self-stratified turbulent channel flow driven by suspended sediment. *Journal of Turbulence*, Marzo 2009. v, v, v, v, vi, vi, 5, 28, 42, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 64
- [5] Cantero, M. I., Balachandar, S., Parker, G. Direct numerical simulation of stratification effects in a sediment-laden turbulent channel flow. *Journal of Turbulence*, 10, 1–28, Enero 2009. v, v, v, v, vi, vi, vi, 5, 25, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 64
- [6] White, F. Fluid mechanics. Mc Graw Hill series, 2015. 7, 9
- [7] Pope, S. B. Turbulent Flows. Cambridge university press, 2000. iv, 9, 19, 27, 28
- [8] Kantha, L. H., Clayson, C. A. Small Scale Processes in Geophysical Fluid Flows. Academic press, 2000. 9, 10
- [9] Wilcox, D. C. Turbulence Modeling for CFD. Griffin Printing, 1994. 10, 11, 18
- [10] Canuto, C., Hussaini, M., Quarteroni, A. Spectral Methods: Fundamentals in Single Domains. Berlin: Springer-Verlag, 2006. 19
- [11] Martorana, J. V. Simulacion directa de turbulencia de flujo secundario con forzado no homogéneo. *Tesis de Maestría en Ingeniería, Instituto Balseiro*, 2017. 22
- [12] Salinas, J. S. Modelado y simulacion de corrientes de gravedad con efectos de rotacion. *Tesis de Maestría en Ingeniería, Instituto Balseiro*, 2014. 19, 22

- 
- [13] Oliver, T. A., Malaya, N., Ulerich, R., Moser, R. D. Estimating uncertainties in statistics computed from dns. *Center for Predictive Engineering and Computational Sciences*, 2014. [24](#)
  - [14] Vinuesa, R., Prus, C., Schlatter, P. Convergence of numerical simulations of turbulent wall-bounded flows and mean cross-flow structure of rectangular ducts. *Anniversary of Meccanica*, Octubre 2016. [24](#), [26](#), [27](#)
  - [15] Kim, J., Moin, P., Moser, R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. *J. Fluid Mech*, **177**, 133–166, 1987. [iv](#), [25](#), [27](#), [28](#)
  - [16] Bech, K. H., Tllmark, N., Alfredsson, H., Andersson, H. An investigation of turbulent plane couette flow at low reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, **286**, 291–325, 1995. [33](#), [51](#)
  - [17] Zhou, J., Adrian, R., Balachandar, S. Kendall, T. Mechanics for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 1999.
  - [18] Adrian, R. J. Hairpin vortex organization in wall turbulence. *Physics of fluids*, 2007. [55](#)

# Agradecimientos

A mi director Mariano Cantero, por la propuesta de este trabajo, el tiempo, los comentarios y el conocimiento brindado.

Al departamento de Mecánica Computacional y su gente por haberme brindado las herramientas adecuadas y un espacio cómodo y agradable para poder desarrollar este trabajo. En particular me gustaría agradecer a Enzo Dari por la gran predisposición para ayudar y solucionar diversos inconvenientes.

A mis compañeros de carrera y mis amigos dentro del Instituto Balseiro por los buenos momentos compartidos.

A mi familia, en particular a mi mamá Jorgelina, a mi hermano Kevin, a Otto y a Sabbath por recibirme y aguantarme durante tanto tiempo.